PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 19. 1. Oktober 1920. Redaktionsschluß für No. 21 am 10. Oktober 1920. 21. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

A. Smekal, Über die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome. S. 505.

W. Wolff, Die Erzeugung von Röntgenstrahlen durch Kathodenstrahlen in Luft von gewöhnlicher Dichte. S. 507.

Victor F. Hess, Über zwei einfache Vorlesungsversuche zur Demonstration des Ionenwindes. S. 510.

Th. Thorkelsson, Beiträge zur geometrischen Verzeichnung von Niveauflächen. S. 513.

S. Mohorovičić, Ein Beitrag zur Theorie des Schraums. S. 515.

A. H. Bucherer, Berichtigung zu meiner Theorie der Rotverschiebung. S. 518.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

H. Spohn, Neuere Arbeiten über Beugung an Zylindern und Gittern. (Schluß.) S. 518.

Besprechungen:

E. Alt, Die Wettervorhersage; ihre Geschichte, ihr gegenwärtiger Stand und die Richtung ihrer Fortentwickelung. S. 527.

C. Dorno, Physik der Sonnen- und Himmelsstrahlung. S. 527.

G. Kowalewski, Einführung in die Infinitesimalrechnung. S. 528.

M. Planck, Das Wesen des Lichts. S. 528.

Personalien. S. 528.

Gesuche. S. 528.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome[1].

Von Adolf Smekal.

Unter der Überschrift: „Die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome" hat Herr Vegard in dieser Zeitschrift seine mehrfachen Versuche, für die hauptsächlichsten Röntgenlinien modellmäßige, scharfe Frequenzformeln anzugeben, zusammenfassend dargestellt[2]. Seine auf der Annahme der Existenz ebener Bohrscher Elektronenringsysteme fußende Theorie gibt seiner Meinung nach „selbst bis in die Einzelheiten eine sehr genaue Übereinstimmung mit der Erfahrung und es ist kaum mehr möglich, daran zu zweifeln, daß die zugrunde liegende Voraussetzung auch der Wirklichkeit entspricht"[3]. Etwa gleichzeitig mit dem Erscheinen dieser Darstellung hat der Verfasser hingegen die Behauptung aufgestellt, daß die Vorstellung ebener Bohrscher Elektronenringsysteme den Tatsachen der Röntgenlinienspektren widerspricht[4]. Wenn auch die neuere, an die ersten Arbeiten von Born und Landé anschließende Entwicklung auf anderem Wege bereits völlig sichergestellt hat, daß die Atome räumlich bewegte Elektronenanordnungen besitzen müssen, womit für die Unrichtigkeit der Vegardschen Behauptungen überhaupt entschieden ist, so mögen im folgenden doch auch noch jene Punkte aufgezeigt werden, an denen die Behauptungen Vegards im Gebiete der Röntgenspektren selbst ihre Berechtigung verlieren[1].

Herr Vegard benutzt im Laufe seiner Überlegungen sowohl die Debyeschen Vorstellungen über den Emissionsmechanismus der Röntgenlinien („Rekombination von Sekundärkreisen"), als auch die Kosselschen Vorstellungen („Rekombination von Primärkreisen"), entscheidet sich aber schließlich für die ersteren. Bezüglich der K_α-Linie wird er daher zu der ursprünglichen Formel von Debye geführt. Herr Vegard rechnet zwar überall mit der Relativitätstheorie, berücksichtigt aber nirgends die gegenseitigen Störungen der Elektronenringe, bzw. die Störungen zwischen Sekundärkreis und nächst äußerem Elektronenring, die unter seinen Annahmen als wesentlich erscheinen mußten, während sie z. B. bei Debyes K_α-Darstellung, dem qualitativen Charakter der damaligen Berechnungen entsprechend, mehr „phänomenologisch" (aber doch wenigstens überhaupt) berücksichtigt werden konnten.

Die Rechnungen von Herrn Vegard zeigen bei allen dargestellten Linien sehr erhebliche Abweichungen von den „beobachteten" Frequenzwerten, gemessen an jenem Grade der Übereinstimmung, wie er etwa bei der Krooschen K_α-Formel[2] bezüglich der Siegbahnschen Präzisionsmessungen[3] erreicht ist, und wie er

1) Abgesehen von einigen unwesentlichen Abweichungen war vorliegende Notiz schon vor Jahresfrist fertiggestellt, ihre Veröffentlichung wurde aber durch äußere Umstände bis jetzt verzögert.

2) L. Vegard, diese Zeitschr. **20**, 97, 121, 1919.

3) l. c., S. 124.

4) A. Smekal, Wien. Ber. **128** (2a), 639, 1919 (Sitzung vom 10. April 1919).

1) Vgl. auch: A. Smekal, Wien. Ber. **129** (2a), 1920 (II. Mitteilung zu der unter 4 genannten Arbeit); § 4.

2) J. Kroo, diese Zeitschr. **19**, 307, 1918.

3) M. Siegbahn, Ann. d. Phys. **59**, 56, 1919.

hier mit Rücksicht auf die bekannten Feinstrukturen, etwa das Dublett $L_\alpha - L_\alpha$, hätte gefordert werden müssen. Herr Vegard scheint sich mit seinen, vom Standpunkte dieser Genauigkeitsforderungen aus nur sehr groben Annäherungen an den wirklichen Verlauf der Linien begnügt zu haben im Hinblick auf seine konsequente Nichtberücksichtigung der erwähnten Störungen. Ein solches Vorgehen konnte wohl nur dann gerechtfertigt sein, wenn man sich davon überzeugt hatte, daß von einer nachträglichen Berücksichtigung jener Störungen zumindest keine Verschlechterung der Formeln bezüglich der von ihnen gelieferten Übereinstimmung zu gewärtigen war. Nun hätte Herr Vegard aus der von ihm zitierten Sommerfeldschen Arbeit[1]) bereits entnehmen können, daß solche Störungen bei der „Rekombination von Primärkreisen" praktisch gar keine Rolle spielen. Die gleichzeitig mit jener Sommerfeldschen Arbeit erschienene, von ihm nicht erwähnte Untersuchung von F. Reiche und dem Verfasser[2]) über die Störungen unter der Annahme einer „Rekombination von Sekundärkreisen" hätte ihm hingegen gezeigt, daß in letzterem — von ihm bevorzugten — Falle die Störungen so außerordentlich große Beträge annehmen, daß nicht einmal von einer brauchbaren Darstellung der K_α-Linie mehr die Rede sein kann[3]). Mit dieser vor den Vegardschen Arbeiten erschienenen Untersuchung fallen also sämtliche Resultate von selbst, auf die Herr Vegard Gewicht gelegt hat. Bezüglich der nun noch übrigbleibenden, unter der Annahme einer „Rekombination von Primärkreisen" erhaltenen Resultate würde eigentlich Herrn Vegards eigene Kritik daran genügen, die ja zu deren Ablehnung durch ihn selbst geführt hat. Es ist aber nun vielleicht nicht überflüssig zu betonen, daß Herr Vegard gar nicht direkt darauf ausgegangen war, über die Zulässigkeit der Elektronenring-Hypothese zu entscheiden, die er vielmehr als für ganz selbstverständlich richtig angesehen zu haben scheint. Herr Vegard hat nämlich in Wirklichkeit die folgende Aufgabe behandelt: Welche Normalbesetzungen hat man den einzelnen Elektronen „ringen" zu erteilen, damit sie die Linien K_α, K_β, L_α, L_β und M_α möglichst gleichmäßig gut darstellen? Herr Vegard hat sich also gar kein bestimmtes Genauigkeitsmaß für die einzelnen Linien vorschreiben dürfen — weil sonst eine derartige Darstellung überhaupt nicht möglich gewesen wäre. Es ist dies auch der Grund, warum Herr Vegard die Kroosche Formel als „unrichtig" ablehnt, obwohl sie nach Siegbahn die K_α-Beobachtungen unvergleichlich viel besser darstellt, als die groben Annäherungen, die sich unter den anderen Annahmen ergeben.

Die Vegardschen Versuche, aus den Röntgenspektren bestimmte Schlüsse auf die Normalbesetzungen der supponierten „Elektronenringe" und damit über den Atombau im allgemeinen zu ziehen, müssen also wegen der Nichtberücksichtigung des Einflusses der „Störungen" als gescheitert angesehen werden. Wäre Herrn Vegard die erwähnte Arbeit von F. Reiche und dem Verfasser nicht entgangen oder hätte er die Störungen im Falle einer „Rekombination von Sekundärkreisen" selbst berücksichtigt, so hätte diese Annahme von vornherein zugunsten der „Rekombination von Primärkreisen" ausscheiden müssen. Letztere Annahme ergibt für K_α in der Krooschen Formel eine sehr genaue, wenngleich mit geringen systematischen Fehlern behaftete Darstellung; eine Aufklärung jener Abweichungen vermag die Elektronenring-Vorstellung trotz Störungs- und Relativitätskonnexionen allerdings nicht mehr zu liefern. Für L_α ergibt sich auf Grund der „Rekombination von Primärkreisen" bereits keine einzige brauchbare Darstellung mehr, welche die aus der Krooschen Formel errechneten Normalbesetzungen des K- und L-Ringes bestätigen würde. Wie der Verfasser in seinen zitierten Arbeiten gezeigt hat, schließen auch Einzelheiten des Verlaufes von L_α das Zutreffen der Elektronenringvorstellung aus. Entscheidend für die Ablehnung der Ringvorstellung bleibt aber, daß die aus den besten Formeln für K_α und L_α unabhängig voneinander berechneten Normalbesetzungen des K- und L-Ringes nicht zu übereinstimmenden Ergebnissen führen. Dieses Resultat hätte sich somit bei genügend kritischer Behandlung auch aus den Vegardschen Rechnungsergebnissen gewinnen lassen.

Wien, Technische Hochschule, I. Physikalisches Laboratorium, Juli 1920.

(Eingegangen 21. Juli 1920.)

1) A. Sommerfeld, diese Zeitschr. **19**, 297, 1918.
2) F. Reiche und A. Smekal, Ann. d. Phys. **57**, 124, 1918; Die Naturwissenschaften **6**, 304, 1918.
3) Auch im Falle gekreuzter Stellung von K-Sekundärkreis und L-Ring verschlechtert die Berücksichtigung der Störungen die Resultate der „störungslosen" Rechnung.

Die Erzeugung von Röntgenstrahlen durch Kathodenstrahlen in Luft von gewöhnlicher Dichte.

(Auszug aus der Gießener Dissertation.)

Von Walther Wolff.

Nach der Entdeckung der Röntgenstrahlen wies Des Coudres[1]) nach, daß nicht nur innerhalb der evakuierten Röntgenröhre, sondern auch in der Atmosphäre beim Auftreffen von Kathodenstrahlen auf Materie Röntgenstrahlen entstehen. Der Einfluß dieser Röntgenstrahlen macht sich bei Untersuchungen an Kathodenstrahlen bisweilen störend bemerkbar[2]). Ihren Einfluß auf die Messung der Absorption der Kathodenstrahlen in Gasen hat Friedrich Mayer diskutiert[3]).

Im folgenden seien die Ergebnisse einer Untersuchung an Röntgenstrahlen mitgeteilt, die von Kathodenstrahlen, welche aus einer Kathodenröhre mit Lenardschem Fenster austreten, an festen Körpern in der Atmosphäre von gewöhnlicher Dichte erzeugt werden.

Für die Vorversuche benutzte ich eine Anordnung, die der Anordnung von Des Coudres[1]) sehr ähnlich war. Während Des Coudres die Strahlen photographisch nachwies, bediente ich mich der Ionisationsmethode. Der Nachweis der gesuchten Röntgenstrahlen gelang mir in derselben Weise wie Des Coudres. Darüber hinaus stellte ich fest, daß mit meiner Anordnung die Röntgenstrahlen am intensivsten erregt werden an den Stoffen, deren Atomgewicht zwischen Eisen (Atomgewicht $A = 56$) und Kupfer ($A = 70$), die Grenzen mit eingeschlossen, liegt, weniger intensiv an Silber ($A = 108$), Kadmium ($A = 112$) und Zinn ($A = 119$), schwach an Magnesium ($A = 24$) und Aluminium ($A = 27$).

Die folgenden Versuche wurden mit einer Kathodenröhre R (vgl. Fig. 1) ausgeführt, die aus Glas bestand. Sie besaß eine flache Kathode und war unter Zwischenschaltung zweier Glaskugeln von je 13 cm Durchmesser mit einer Gaedeschen Luftpumpe verblasen. Die Glaskugeln sollten das Volumen des Vakuums vergrößern und dadurch den Einfluß der unvermeidlichen Schwankungen des Vakuums verringern. Um den Austritt von Röntgenstrahlen zu verhindern, die im Innern der Röhre an der Glaswand entstehen, verschloß ich die 25 cm lange Röhre (ihr Durchmesser betrug 3,5 cm) mit einem an einer Seite gedeckten, 4 cm langen

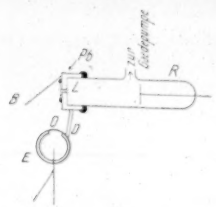


Fig. 1.

Bleizylinder Pb von 0,25 cm Dicke, der mit Reibung auf das Glasrohr paßte und mit Siegellack luftdicht mit der Röhre verkittet war. In die Deckfläche des Bleizylinders war eine polierte und galvanisch vernickelte Messingplatte von 0,1 cm Dicke eingelassen, verlötet und außerdem mit Siegellack verkittet. Das Ganze wurde in der Mitte durchbohrt und auf das Löchelchen L (Durchmesser 0,11 cm) eine 0,0003 cm dicke Aluminiumfolie mittels Picein aufgekittet. Da sich die Kittstellen beim Betrieb der Röhre erwärmten und Gase abgaben, wurden sie während der Versuche durch ein elektrisches Gebläse dauernd gekühlt. Die Kathodenstrahlen trafen auf die Antikathode B, die an einem Stativ drehbar so befestigt war, daß sie durch eine Drehung aus dem Bereiche der Kathodenstrahlen und durch eine zweite Drehung wieder in die ursprüngliche Stellung gebracht werden konnte. Die von B ausgehenden Röntgenstrahlen gelangten durch eine mit 0,0023 cm dickem Aluminium verschlossene Öffnung O von 4 cm Durchmeser in die Ionisationskammer eines Schmidt-Kurzschen Elektrometers E[1]). Das Elektrometer E war von 0,2 cm dickem Blei umgeben. Der Schirm D blendete etwaige von der Glaswand der Röhre ausgehende Strahlen ab. Die Röhre wurde in der üblichen Weise von einem Teslatransformator erregt, dessen Primärspule in einem Schwingungkreis lag, der von einer Leydener Flasche von $^1/_{100}$ Mikrofarad und einer 1,2 cm weiten Funkenstrecke eines Induktoriums gebildet wurde. Die maximale Schlagweite des Induktoriums betrug 25 cm; es wurde mit 70 Volt betrieben; als Unterbrecher wurde ein Wehneltunterbrecher benutzt. Elektrometer E und Bleizylinder Pb waren geerdet.

Die Intensität der Strahlen wurde umgekehrt proportional der Zeit gesetzt, die das Elektrometer zu dem Rückgang um eine bestimmte Anzahl Skalenteile braucht. Die gemessene Intensität J' ohne Antikathode wird verursacht durch die natürliche Zerstreuung des

1) Ann. d. Physik u. Chemie **62**, 134, 1897.
2) Vgl. P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten, Heidelberg 1918, S. 76.
3) Dissertation, Heidelberg 1917.

1) Vgl. H. W. Schmidt, diese Zeitschr. **6**, 561, 1905 und K. Kurz, diese Zeitschr. **7**, 375, 1906.

Elektrometers und durch Röntgenstrahlen, die unmittelbar an dem Lenardfenster oder auch an den Molekülen der Luft zerstreut oder erzeugt werden; die gemessene Intensität J'' mit Antikathode enthält außerdem einen Beitrag J, welcher von der an der Antikathode erzeugten Strahlung herrührt. Es ist daher bis auf einen belanglosen Proportionalitätsfaktor die Intensität der an der Antikathode erzeugten Strahlung

$$J = J'' - J'.$$

Vor die Öffnung O des Elektrometers konnten Aluminiumfolien gestellt werden, bei deren Durchquerung die Röntgenstrahlen Absorptionsverluste erlitten. Gibt der untere Index die Dicke der absorbierenden Schicht an, so ist der zur Dicke d gehörige Massenabsorptionskoeffizient, bezogen auf Aluminium von der Dichte $\varrho = 2{,}7$:

$$\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)_{Al} = \frac{1}{\varrho d \lg e} \lg \frac{J_o}{J_d},$$

unter lg den Briggschen Logarithmus und unter e die Basis der natürlichen Logarithmen verstanden.

In der Tabelle I sind die Werte von $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)_{Al}$ in $\frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ der Strahlen, die an verschiedenen Stoffen als Antikathode erregt wurden, in Abhängigkeit von der Dicke d der absorbierenden Schicht Aluminium zusammengestellt. Bei S und Ca wurde nur ein Wert gewonnen. Bei den übrigen Stoffen begann die Messung mit $d = 0{,}0093$. Die fehlenden letzten Werte von Fe, Zn und Sn waren wegen der geringen Intensität der Strahlen nicht mehr zu ermitteln. Das Ergebnis ist in Fig. 2 graphisch dargestellt. Die Abszissen bedeuten die Schichtdicken d; die gewählte Einheit entspricht der Dicke 0,0093 cm Aluminium. Die Ordinaten bedeuten die Absorptionskoeffizienten. Der Verlauf der Kurve für Eisen erscheint willkürlich, doch wird er gestützt durch die ähnliche Gestalt der Kurven für Zink und Platin.

Tabelle I.

d	S	Ca	Fe	Zn	Sn	Pt
0,0023 cm	—	272	—	—	—	—
0,0093 + 0,0023 cm	43	—	—	—	—	—
0,0093 cm	—	—	85	43	33	34
2 · 0,0093 cm	—	—	55	39	26	20
3 · 0,0093 cm	—	—	46	36	17	23
4 · 0,0093 cm	—	—	—	31	17	14
0,052 cm	—	—	—	19	15	12
2 · 0,052 cm	—	—	—	14	—	7
3 · 0,052 cm	—	—	—	—	—	7
4 · 0,052 cm	—	—	—	—	—	4

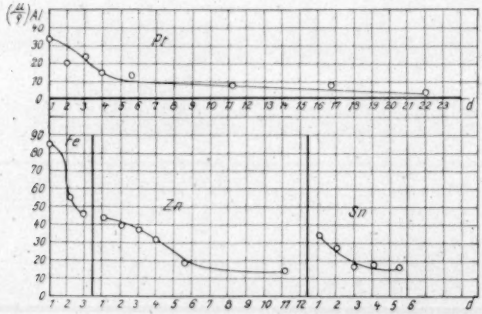


Fig. 2.

Tabelle II.

	S	Ca	Fe	Zn	Sn	Pt
$\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)_{Al}$	um 500	435	88,5	39.4	1,57	27.5
$d_{\frac{1}{2}}$		0,00059	0,0029	0,0065		0,0094

Tabelle II ist ein Auszug aus einer von C. G. Barkla zusammengestellten Tabelle der auf Aluminium bezogenen Massenabsorptionskoeffizienten der Eigenstrahlung verschiedener Substanzen[1]). Der Wert für S ist aus der Tabelle interpoliert. Der Wert für Pt bezieht sich auf die L-Strahlung, die übrigen beziehen sich auf die K-Strahlung. $d_{\frac{1}{2}}$ ist die aus den Absorptionskoeffzienten berechnete Halbwertschicht in Aluminium. Aus Tabelle I und II und aus Fig. 2

1) Phil. Mag. **22**, 407, 1911.

folgt, daß die Eigenstrahlung der Atome von *Fe* bis *Zn* vorhanden ist, bei *Ca* deutet der hohe Wert des Absorptionskoeffizienten der Tabelle I auf das Vorhandensein der Eigenstrahlung hin, an *S* ist sie nicht mehr feststellbar, ebensowenig an *Sn*, dagegen wird an *Pt* die *L*-Strahlung ausgelöst. Aus den Werten der Halbwertschicht und Tabelle I ergibt sich, daß die Eigenstrahlung nach einer Schwächung um etwa den 20. Teil der ursprünglichen Intensität nicht mehr nachweisbar ist. *Pt* liefert die intensivste Bremsstrahlung, die sich noch nach dem Durchgang durch 4 · 0,052 cm Aluminium bemerkbar macht.

Nach R. Whiddington[1]) ist die zur Erzeugung der *K*-Strahlung eines Elementes mit dem Atomgewicht *A* erforderliche Minimalgeschwindigkeit der Kathodenstrahlen:

$$v_{min} = A \cdot 10^8 \text{ cm/sek.}$$

Also ist für Kalzium:

$$v_{min} = 4{,}0 \cdot 10^9 \text{ cm/sek.} \backsim 4400 \text{ Volt,}$$

für Zinn:

$$v_{min} = 11{,}9 \cdot 10^9 \text{ cm/sek.} \backsim 39400 \text{ Volt.}$$

Da an Zinn keine Eigenstrahlen mehr nachweisbar sind, so ist diese letzte Minimalgeschwindigkeit die obere Grenze für die Geschwindigkeit der auftreffenden Kathodenstrahlen. Nach P. Lenard[2]) ist die zu dieser Geschwindigkeit gehörige Anfangsgeschwindigkeit der Kathodenstrahlen in der Röhre vor Durchquerung des Lenardschen Fensters nicht wesentlich größer.

Von Graphit ($A = 12$), Paraffin, Magnesium ($A = 24$) und Antimon ($A = 120$) sind nach Tabelle I keine Eigenstrahlen zu erwarten.

Ich untersuchte die von diesen Stoffen ausgehende Bremsstrahlung. Die Ergebnisse sind aus Tabelle III und Fig. 3 ersichtlich.

Tabelle III.

d	*C*	Paraffin	*Mg*	*Sb*
0,0093 cm	20	25	35	28
2 · 0,0093 cm	9	14	22	19
3 · 0,0093 cm	7	8	19	15

Man sieht, daß in allen Fällen eine Bremsstrahlung vorliegt. Die Strahlung von Antimon ist anscheinend etwas härter als die von Magnesium, die von Paraffin und Graphit härter als die von Antimon und Magnesium, die von Graphit ist etwas härter als die von Paraffin.

Es wurde versucht, photographisch mit der Drehkristallmethode die Röntgenstrahlen spektral zu zerlegen. Trotz 15stündiger Belichtung erhielt ich kein Spektrum auf der photographischen Platte. Nur der Durchstoßpunkt war sichtbar. Das negative Resultat erklärt sich aus der geringen Intensität der Röntgenstrahlen, die noch dazu auf eine relativ große Fläche der Antikathode verteilt ist, während bei der Drehkristallmethode gerade ein scharfer Brennfleck

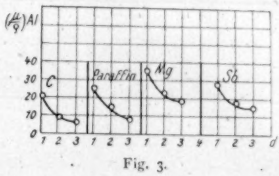


Fig. 3.

vorteilhaft ist. H. Seemann beschreibt[1]) eine Versuchsanordnung, die es gestattet, einen größeren Teil der strahlenden Fläche auszunutzen. Auch mit dieser Anordnung war das Ergebnis negativ. Dies rührt daher, daß die Strahlen den Kristall durchdringen müssen, und daß dabei die weichen Strahlen auch bei dünnen Kristallen beträchtliche Absorptionsverluste erleiden. Ich erhielt zwar linienartige Schwärzungen, doch ließ sich nachweisen, daß diese Schwärzungen von einer direkten durch den Spalt verursachten Abbildung der Antikathode herrührten, ähnlich einer Lochkameraabbildung beim sichtbaren Lichte.

Es ergibt sich also, daß beim Auftreffen der Kathodenstrahlen auf Materie in der freien Atmosphäre Röntgenstrahlen entstehen, die sich mit dem Elektrometer bequem nachweisen lassen.

Bei den Stoffen, deren Atomgewicht zwischen dem von Schwefel und Zinn liegt, erhielt ich Strahlen, die wohl identisch sind mit den Eigenstrahlen der *K*-Reihe, bei Platin mit denen der *L*-Reihe.

Hieraus konnte rückwärts auf die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen geschlossen werden.

Es wird die Bremsstrahlung einiger Stoffe untersucht, an denen keine Eigenstrahlen entstehen. Es machen sich Unterschiede in dem Charakter der Strahlung bemerkbar.

Es gelang mir wegen der geringen Intensität der Strahlen nicht, ein Röntgenspektrum zu photographieren.

Man wird bei Untersuchungen an Kathodenstrahlen den Einfluß der Röntgenstrahlen nicht vernachlässigen dürfen.

Die beschriebene Anordnung gestattet es, Röntgenstrahlen zu erzeugen, die keine Absorption an festen Körpern erfahren haben.

Die Arbeit wurde im Physikalischen Institut

1) Proc. Lond. Roy. Soc. **85**, 203, 1911.
2) A. a. O., Tafel II, S. 268.

1) Diese Zeitschr. **20**, 55, 1919.

der Universität Gießen unter Leitung von Herrn Geh. Rat W. König und Herrn Prof. P. Cermak gemacht.

Beiden Herren bin ich für ihr stets reges Interesse an meiner Arbeit zu großem Dank verpflichtet.

(Eingegangen 22. Juli 1920.)

Über zwei einfache Vorlesungsversuche zur Demonstration des Ionenwindes.

Von Victor F. Hess.

Vor zwei Jahren hat in dieser Zeitschrift H. Greinacher[1]) Versuche beschrieben, welche zur Demonstration des durch die Ionenbewegung hervorgerufenen Druckes bzw. der Strömungserscheinungen in Gasen bei Spitzenentladung und bei Ionisation durch Röntgenstrahlen gut geeignet sind. Die Ursache dieser Erscheinungen ist die Mitreißwirkung der im elektrischen Felde bewegten Ionen auf das umgebende Gas, die besonders dann auffällig wird, wenn, wie es beim Spitzenstrom der Fall ist, die eine Ionenart erheblich größere Wege im Gas unter Einwirkung des Feldes zurückzulegen hat, wie die andere. J. Zeleny[2]), welcher zuerst auf diese Konvektionserscheinungen bei Ionisation durch Röntgenstrahlen aufmerksam gemacht hat, benützte als Indikator der Luftströmungen Strahlen von Salmiaknebel oder solche von Kohlensäure, die nach der Schlierenmethode sichtbar gemacht wurden. Später hat S. Ratner[3]) ähnliche Konvektionserscheinungen bei Ionisation durch die α-Strahlen der radioaktiven Substanzen, der Verfasser[4]) solche bei Ionisation durch β- und γ-Strahlen mittels einer empfindlichen Drehwage nachgewiesen. Die letztgenannte Methode ließ sich auch für genauere quantitative Messungen verwenden, z. B. zur Vergleichung α-strahlender Präparate, direkte Verfolgung der Intensitätsabnahme rasch abklingender radioaktiver Substanzen u. a. Da es sich um eine mittelbare Wirkung bewegter Ionen auf das umgebende Gas handelt, wurde vom Verfasser hierfür die Bezeichnung „Ionenwind" vorgeschlagen. Eine eingehende theoretische und experimentelle Behandlung dieses Ionenwind-Phänomens wurde vom Verfasser vor kurzem beendigt und an anderer Stelle veröffentlicht[1]). Hierbei hat sich insbesondere eine Methode zur Bestimmung der absoluten mittleren Ionenbeweglichkeit und des relativen Anteils der Langevin-Ionen an der Gesamtionisation ergeben.

Da es bei Vorlesungen doch recht umständlich ist, für einen speziellen Versuch eine Röntgenanordnung nach den eingangs zitierten Angaben Greinachers zusammenzustellen, versuchte ich, die Greinachersche Methode, bei der ein Ätherdampf- oder Rauchstrahl als Indikator der Luftbewegung dient, zur Demonstration des Ionenwindes bei Ionisation durch α-Strahlen des Poloniums zu verwenden. Da indes die Intensität der verfügbaren Poloniumpräparate doch erheblich hinter der durch Röntgenstrahlen erzielbaren Ionisation zurückbleibt, erwies sich dieser Versuch als nicht befriedigend.

Ich griff aber zurück auf die Zelenysche Salmiaknebelmethode, welche sich in sehr einfacher Weise auch für Ionisation durch α-Strahlen und Glühelektronen modifizieren läßt:

Ein Holzkästchen von rechteckigem Querschnitt wird als Plattenkondensator eingerichtet (siehe Fig. 1, $^1/_2$ natürl. Größe). Der Deckel ist an drei Stellen durchbohrt und durch die Öffnungen ein dreifach (in der Figur mit 1—3 bezeichnet) verzweigtes Glasrohr mit ca. 2 mm weiten Mündungen durchgesteckt, durch welche ein möglichst langsamer Strom von Salmiaknebel nach abwärts fließt. Ein genügend kontinuierlicher und regulierbarer Strom von Salmiaknebel wird am einfachsten erzielt, wenn man aus einer Stahlflasche komprimierte Luft (mittels Reduzierventils) durch zwei hintereinandergeschaltete Waschflaschen mit Salzsäure und Ammoniak langsam hindurchströmen läßt. Die Vorder- und Rückwand des Kästchens ist entfernt und durch leicht herausnehmbare (etwa in Hohlleisten eingesteckte) Glasplatten ersetzt, so daß man die ganze Anordnung projizieren kann. Die beiden Seitenwände rechts und links sind mit kleinen Öffnungen versehen, durch welche die Elektroden A und B (rechteckige Platten) mit ihrer Führung in je einem Ebonitklötzchen (F) durchgesteckt sind. Es ist auch praktisch, die Führungen D und E unter sanfter Reibung innerhalb der Ebonitklötzchen verschiebbar einzurichten, um die Plattendistanz variieren zu können. Der Boden des Kästchens ist entfernt und an seiner Stelle ein weitmaschiges Drahtnetz eingeführt, um einerseits dem Salmialknebel möglichst ungehinderten Abfluß zu gestatten, andererseits störende äußere Luftströmungen etwas abzuhalten.

1) H. Greinacher, diese Zeitschr. **19**, 188—195, 1918.
2) J. Zeleny, Proc. Cambr. Phil. Soc. **10**, 14, 1898.
3) S. Ratner, Compt. rend. **158**, 565, 1914; Phil. Mag. (6) **32**, 441—461, 1916.
4) V. F. Hess, Wien. Sitzungsber. IIa, **128**, 1029—1079, 1919.

1) V. F. Hess, Wiener Anzeiger 1920, S. 171; Sitzungsber. **129**, Juni 1920.

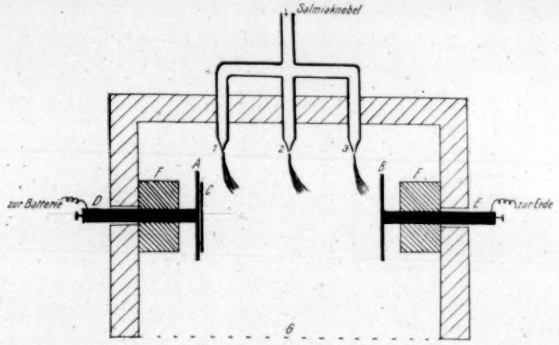


Fig. 1.

Die eine der beiden Elektroden bleibt ständig geerdet, die andere wird mit einem Umschalter verbunden, durch welchen sie entweder mit einer Hochspannungsquelle oder mit Erde verbunden werden kann.

Das Poloniumpräparat wird mit etwas Kitt auf einer der beiden Elektroden befestigt.

Als Spannungsquelle genügt eine kleine Influenzmaschine, die nur in ganz langsamer Umdrehung gehalten zu werden braucht, da ja das Maximum der Ionenwindstärke („Sättigungswind") schon bei Feldstärken von 500 Volt/cm, also einer Gesamtspannung von 2—4000 Volt, je nach Plattendistanz erreicht wird. Um übrigens für die Demonstration ausreichende Windwirkung zu erhalten, kann man bei genügend starken Poloniumpräparaten (mindestens ca. 100 elektrostat. E.) sich mit Spannungen von 500—1000 Volt begnügen, die ja durch kleine Akkumulatorenbatterien und dergl. in vielen Instituten erzielbar sind und in feuchten Hörsälen jedenfalls zuverlässiger sind, als die höheren Spannungen der Influenzmaschine.

Man schaltet nun das Reduzierventil so ein, daß der Salmiaknebel möglichst langsam nach abwärts (in der Projektion verkehrt) fließt. Wird sodann bei Anwesenheit des Poloniumpräparats auf der Platte A die Spannung angelegt, so entsteht sofort der Ionenwind und es bietet sich das in Fig. 1 dargestellte Bild: in der Nähe der das Präparat tragenden Platte ist der Wind am schwächsten, weil dort die entgegengesetzt (zur Präparatplatte hin) fliegenden Ionen die resultierende Windwirkung schwächen. Je weiter man von der Platte A sich entfernt, um so stärker wird die Ablenkung der Salmiakstrahlen (siehe die Stellen 2 und 3 in Fig. 1). Nimmt man das Poloniumpräparat heraus, so hört jede Ablenkung bei Einschalten des Feldes auf. Bringt man es auf die Gegenplatte B, so werden die Salmiakstrahlen nach links abgelenkt, woraus klar hervorgeht, daß der Ionenwind immer die Richtung von Orten höherer Ionisation zu Orten schwächerer Ionisation hat. Umkehrung des Vorzeichens des Feldes ändert an der Erscheinung nichts (in Wirklichkeit ist der von positiven Ionen erzeugte Ionenwind immer etwas größer, entsprechend der kleineren Beweglichkeit dieser Ionen, doch bleibt dieser Unterschied hier unmerklich). Legt man das Poloniumpräparat auf das Netz am Boden des Kästchens (etwa bei G), so bietet sich folgende hübsche Erscheinung dar: da in der Mitte des Feldes dann die stärkste Ionisation herrscht, teilt sich auch die Luftströmung in zwei Hälften, die beide voneinander divergierend zu den Platten hin gerichtet sind. Während also der aus der Öffnung 1 kommende Salmiakstrahl nach links zur Platte A abgelenkt wird, neigt sich der aus 3 kommende Strahl nach rechts zur Platte B. In der Mitte, unterhalb der Öffnung 2 entsteht eine Anstauung des Salmiaknebels, weil dann dort die geringste Windstärke herrscht.

Überdeckt man das Poloniumpräparat mit Folien, verkürzt man also die Reichweite, so nähert man sich immer mehr dem Falle der Oberflächenionisation, der unipolaren Leitung, in welchem die Windwirkung der mit der Platte gleichnamig elektrischen Ionen fast ausschließlich zur Geltung kommt. Gleichzeitig wird aber durch die Abdeckung die Ionisation sehr rasch geschwächt. Es existiert daher bei jeder Plattendistanz eine bestimmte Foliendicke, bei welcher die Windwirkung ihr Optimum erreicht. Praktisch genügt es, das Poloniumpräparat mit 1—2

gewöhnlichen Seidenpapierstückchen (Luftäquivalent 1—2 cm) zu überdecken, wodurch nebenbei auch die Oberfläche des Poloniumpräparats vor Verunreinigungen mit Salmiakteilchen geschützt wird.

Da starke Poloniumpräparate nicht in jedem Institute zur Verfügung stehen, wird es oft zweckmäßiger sein, eine andere Ionisierungsquelle zu benützen. Als einfachster Ausweg bietet sich die Benützung der Elektronenemission glühender Metalle: für den vorliegenden Zweck der Demonstration des Ionenwindes hat dies überdies noch den Vorteil, daß diese Thermionen-Emission eine reine Oberflächenionisation vorstellt, daher die Windwirkung ausschließlich von den mit der Platte gleichnamigen von ihr wegfliegenden Ionen herrührt.

Bei der Ausführung des Versuchs wurde ein 2 cm langes Stück Platindraht von 0,04 mm Dicke mit beiden Enden an kurze Stücke gewöhnlichen Kupferdrahtes angelötet und diese mittels kleiner Klemmen auf Ebonitklötzchen montiert, welche auf einer Metallplatte von gleicher Größe, wie die Platten des beschriebenen Kondensators fixiert wurde. Diese Grundplatte mitsamt dem Heizdraht wurde mittels zweier übergreifender, angelöteter Haken an Stelle des Poloniumpräparates auf einer der beiden Platten A oder B in dem Kästchen eingehängt. Der Platindraht wurde durch einen Akkumulatorenhilfsstrom (8—12 Volt) von regulierbarer Stärke auf helle Rotglut geheizt und dann die gleichen Versuche, wie mit Polonium mit größter Leichtigkeit durchgeführt. Da man durch helleres Glühen die Ionisation sehr steigern kann, gelingt die Demonstration bei noch kleineren Feldstärken, wie oben bei Polonium angewendet wurden. Noch weit stärkere Effekte kann man erzielen, wenn man den Glühdraht mit Erdalkalioxyden bestreicht. Da unmittelbar über dem Glühdraht sich ein starker aufsteigender Luftstrom ausbildet, der den aus der Mündung 1 (Fig. 1) tretenden Salmiakstrahl stört, ist es zweckmäßig, entweder die den Glühdraht tragende Elektrode ganz nach links zu schieben oder die 1. Mündung des Dreizackrohres zu verschließen.

Die Demonstration gelingt besonders schön deshalb, weil man durch Ausschalten des Heizstromes bei sonst gleichbleibender Feldstärke die Windwirkung augenblicklich aufheben kann, während bei den Poloniumversuchen der Leerversuch nicht ohne Hantieren am Apparate selbst (z. B. Überdecken des Präparats durch ein Kartonblatt) durchgeführt werden kann. Die Drähte des Heizstromes können durch das Gitter

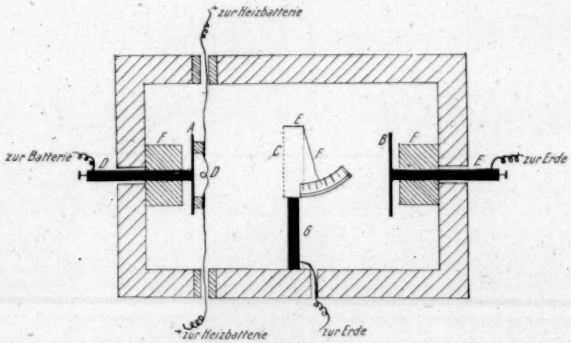


Fig. 2.

am Boden des Kästchens durchgeführt werden. Bei längerer Benützung des beschriebenen Apparats ist eine Verschmutzung aller Bestandteile durch die Ablagerung von Salmiakteilchen unausbleiblich. Um auch diesen Nachteil zu umgehen, versuchte ich eine andere, noch einfachere Methode zur Demonstration des Ionenwindes (vgl. Fig. 2), welche ebenso leicht projizierbar ist.

Es wird ein Kästchen von gleichen Dimensionen benützt, wie in dem eben beschriebenen Versuch, ebenfalls mit verschiebbaren Plattenelektroden, auf welchem die Ionisierungsquelle montiert werden kann (Polonium oder Glühdraht. In der Fig. 2 ist die Anordnung mit Glühdraht eingezeichnet).

Als Indikator für die Windbewegung wird an Stelle der Salmiakstrahlen ein ganz einfaches, möglichst leichtes Aluminiumblättchen (Elektroskopfolie) benützt, das, elektrostatisch geschützt, hinter dem Netze C auf einem geerdeten Messing-

ringe E angebracht ist. Das Blättchen spielt über einer Celluloid- oder Glasskala. Netz C und Stütze G sind ebenso wie die Platte B zur Erde abgeleitet. Legt man an die Platte A ein Feld an (bei kräftiger Glühelektronenemission genügen 300 Volt), so sieht man wie das Blättchen durch den Wind deutlich zur Seite geblasen wird. Durch stufenweise Steigerung der Feldstärke und gleichzeitige Beobachtung der Ablenkung des Blättchens kann man leicht demonstrieren, daß die „Sättigungswindstärke" bei Feldstärken von einigen Hundert Volt erreicht wird. Daß nicht etwa eine elektrostatische Ablenkung des Blättchens eintritt, zeigt man, indem man ohne Einschaltung des Heizstromes das Feld anlegt, wobei kein Ausschlag des Blättchens erfolgt. Mit dem Apparate kann man natürlich auch zeigen, daß die Windrichtung von dem Vorzeichen des Feldes unabhängig ist, ferner die Abhängigkeit der Windstärke von der Plattendistanz usw. Statt des Heizdrahtes kann auch ein starkes Poloniumpräparat verwendet werden. Der ungemein einfache Apparat hat den Vorteil, immer gebrauchsfertig zu sein.

Wien, Institut für Radiumforschung, im Juli 1920.

(Eingegangen 27. Juli 1920.)

Beiträge zur geometrischen Verzeichnung von Niveauflächen.

Von Thorkell Thorkelsson.

Veranlaßt durch einen gleichnamigen Aufsatz von Otto Grotrian[1]) möchte ich darauf aufmerksam machen, daß man in Drudes Lehrbuch der Optik, 1. Aufl., S. 24 ein Verfahren zur Konstruktion konjugierter Punkte angegeben findet, welches mit einigen Änderungen zur Verzeichnung von Niveaulinien sehr gut geeignet scheint.

In Fig. 1 sei HCK eine Gerade und $ABCD$ ein Parallelogramm. Man hat dann

$$\frac{BC}{AH}+\frac{AB}{AK}=1. \qquad (1)$$

Das Potential zweier punktförmiger Agensmengen, e_1 und e_2, in einem beliebigen Punkte P, mit den Entfernungen r_1 und r_2 von e_1 und e_2, läßt sich durch das Potential einer einzigen Agensmenge e ersetzen, deren Abstand vom Punkte P gleich r ist. Dieses wird durch folgende Beziehung ausgedrückt:

$$\frac{e_1}{r_1}+\frac{e_2}{r_2}=\frac{e}{r}. \qquad (2)$$

Ich will nun die Forderung aufstellen, daß in Fig. 1 die Entfernungen den Gleichungen $r_1=AH$, $r_2=AK$ und $r=AC$ genügen. Dann erhält man sogleich aus (1) und (2)

$$AB=AC\cdot\frac{e_2}{e}, \text{ und } BC=AC\cdot\frac{e_1}{e}.$$

Also verhalten sich die Seiten des Dreiecks ABC wie die Agensmengen, oder

$$AC:AB:BC=e:e_2:e_1.$$

Man kann voraussetzen, daß die Mengen e_1 und e_2 bekannt sind, und man verfügt dann über die Menge e, so daß die Konstruktion des Dreiecks ABC möglich wird. $\triangle ABC$ bestimmt die Winkel zwischen den Geraden AH, AC und AK. Durch Drehung der Geraden HC um den Punkt C bekommt man andere Wertepaare von

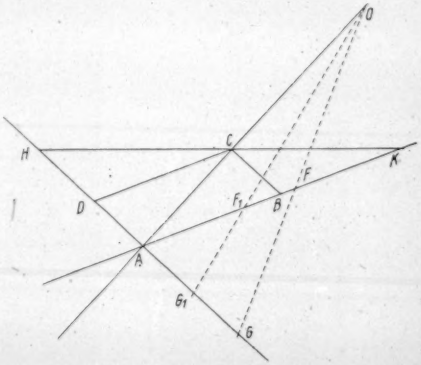


Fig. 1.

r_1 und r_2. Für ein anderes Potential hat man nur einen anderen Punkt in der Geraden AC als Drehpunkt zu wählen.

Aus der analytischen Geometrie ist bekannt, daß die Gleichung (1) ihre Gültigkeit auch für den Fall behält, daß das eine der Linienstücke AH oder AK negativ ist, indem die negativen Linienstücke nach der entgegengesetzten Richtung von A abgesetzt werden. Der Punkt A kann auch für die Gerade AC als Nullpunkt betrachtet werden. Das hier angegebene Verfahren zur Verzeichnung von Niveaulinien kann deshalb auch dann angewendet werden, wenn eine oder mehrere von den Größen e, e_1 oder e_2 negativ sind, indem man das negative Vorzeichen in der Weise berücksichtigt, daß die bez. Abstände r, r_1 oder r_2 als negativ abgesetzt werden.

1) Diese Zeitschr. **21**, 145, 1920.

Ich habe die Methode angewendet, um einige Niveaulinien zweier Elektrizitätsmengen, $+9e$ und $-4e$, zu zeichnen. Als Bezugsmenge wähle ich $8e$. Das Dreieck ABC, Fig. 1, wird dann gezeichnet entsprechend der Forderung

$$AB : BC : AC = 9 : 4 : 8.$$

Da die eine Elektrizitätsmenge negativ ist, wird der betreffende Abstand in die negative Richtung von A, etwa nach G hin, abgesetzt.

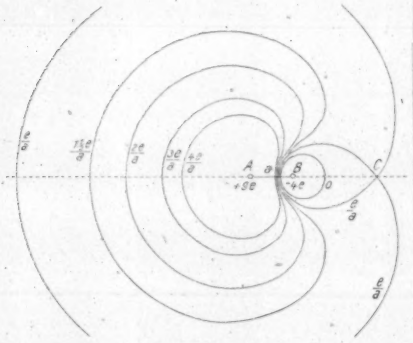


Fig. 2.

Fig. 2 zeigt die nach diesem Verfahren gezeichneten Niveaufächen $\frac{e}{a}$, $\frac{2e}{a}$, $\frac{3e}{a}$ und $\frac{4e}{a}$; die Niveaufläche ○, ein Kreis, ist auch gezeichnet. Die Elektrizitätsmengen $+9e$ und $-4e$ befinden sich beziehentlich in A und B, Fig. 2; der Abstand $AB = a$. Die zusammengehörigen Abstände von den Punkten A und B bei einem bestimmten Potential sind aus Fig. 1 zu entnehmen. Fig. 1 zeigt zwei zusammengehörige Wertepaare von r_2 und r_1, AG, AF und AG_1, AF_1, wenn das Potential $\frac{8e}{AO} = \frac{e}{a}$ ist, während $AO = 8a$.

Selbstverständlich kann diese Methode auch zur Konstruktion konjugierter Punkte bei optischen Systemen sowie zur graphischen Vermittelung von Verständen verzweigter Stromleitungen benutzt werden.

Vielleicht wird es als ein kleiner Übelstand dieses Verfahrens zur Verzeichnung von Niveaulinien angesehen werden, daß die zur Bestimmung der Niveaulinien benutzten Abstände nicht an Ort und Stelle konstruiert werden, sondern einer anderen Konstruktion entnommen werden. Wie ich aber zeigen werde, läßt dieser Übelstand sich zum Teil aufheben, indem man bei einem bestimmten Potential die Abstände unmittelbar von den Agensmengen aus absetzen kann. Dieser Vorteil wird aber zum Teil dadurch kompensiert, daß man für jedes Potential neue Achsen zu konstruieren hat.

In Fig. 1 ist A gemeinsamer Nullpunkt der beiden Achsen AH und AK; aber durch Parallelverschiebung der einen Achse lassen sich die Nullpunkte trennen. In Fig. 3 sind BD und AF die Achsen und B und A deren Nullpunkte. Eine Gerade schneidet die Achsen in

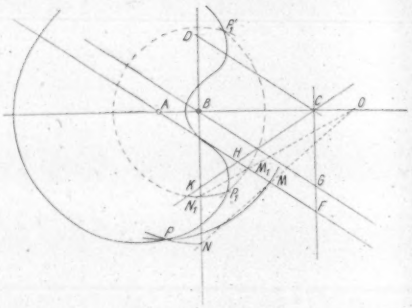


Fig. 3.

K und H, und die Gerade durch die Nullpunkte A und B in C. Wie früher hat man dann

$$\frac{AF}{AH} + \frac{BD}{BK} = 1, \qquad (1a)$$

indem $BD = CG$; man beachte, daß in Fig. 3 BK negativ ist.

Ich setze $r_1 = AH$, $r_2 = BK$, $r = BC$ und $AB = a$, wodurch (1a) wird

$$\frac{BG \cdot \frac{r+a}{a}}{r_1} + \frac{BD}{r_2} = \frac{BC}{r}.$$

Ein Vergleich dieser Gleichung mit (2) lehrt, daß

$$BG : BD : BC = e_1 \cdot \frac{r}{r+a} : e_2 : e,$$

wonach das Parallelogramm $BDCG$ seine Gestalt verändert mit der Entfernung r. Dasselbe Achsenpaar kann deshalb nur für eine bestimmte Niveaulinie verwendet werden.

In Fig. 3 befindet sich die Elektrizitätsmenge $-4e$ in B und $+9e$ in A, indem $AB = a$. Um die Niveaulinie $\frac{1^{1}/_{2}e}{a}$ zu zeichnen, wähle ich $6e$ als Bezugsmenge, dann hat man $r = 4a$. Das Parallelogramm $BDCG$ wird dann in der Weise konstruiert, daß

$$BG : BD : BC = \frac{9 \cdot 4}{5} : 4 : 6.$$

Auf der Verlängerung der Linie AB ist der Punkt O so bestimmt, daß $BO = 4a$. Die Schnittpunkte der Geraden durch O mit den Achsen BD und AF bestimmen die zusammengehörigen Entfernungen von den Agensmengen. Kreisbögen mit A und B als Zentrum und den in dieser Weise bestimmten Radien schneiden einander in der Niveaulinie. In Fig. 3 sind AM und BN solche Radien und P der eine Schnittpunkt der Kreisbogen auf der Niveaulinie. Die Punkte P_1 und P_1' sind ebenfalls bestimmt als Schnittpunkte der Kreisbögen $P_1N_1P_1'$ und $P_1M_1P_1'$.

Die durch die in dieser Weise bestimmten Punkte gezeichnete Niveaulinie ist auch in Fig. 2 als Niveaulinie $\frac{1^1/_2 e}{a}$ eingezeichnet.

Die hier angegebenen Methoden können auch zur Verzeichnung von den Niveauflächen dreier Agensmengen verwendet werden. Aber in diesem Falle sind die Niveauflächen meistens nicht Rotationsflächen; es genügt daher nicht, wenn man eine klare Vorstellung über die Form der Flächen gewinnen will, die Durchschnitte derselben zu zeichnen mit einer Ebene, welche durch die Agensmengen hindurchgeht, vielmehr müssen so viel Punkte in jeder Niveaufläche bestimmt werden, daß man mit deren Hilfe die Schnittkurven zwischen der Niveaufläche und anderen gegebenen Flächen, z. B. Ebenen, zu zeichnen vermag. Theoretisch sind diese Konstruktionen leicht ausführbar, aber in der Tat ist die Verzeichnung von solchen Niveauflächen umständlich; ich verzichte deshalb auf eine nähere Beschreibung des Verfahrens.

(Eingegangen 19. Juli 1920.)

Ein Beitrag zur Theorie des Sehraumes.

Von S. Mohorovičić.

1. In einer Reihe von recht interessanten Arbeiten hat Herr Hans Witte[1]) einen Versuch gemacht, unseren Sehraum näher zu untersuchen. Eine Anregung dafür hat er, wie es scheint, durch die ungenügend geklärte scheinbare Vergrößerung des Mondes usw. am Horizont gewonnen. Er geht von einer Voraussetzung aus, daß nämlich[2]) „jedem Dinge, das man sieht, außer seiner gewußten oder geschätzten wahren Größe gewissermaßen wie eine Marke noch eine Verkleinerungsziffer angeheftet ist: So groß sieht das Ding aus“ (Laqueurscher Sehraum). Herr Hans Witte entwickelt in seinen geistreichen mathematischen Ausführungen[1]) eine neue Lehre des perspektivischen Sehens und zeigt, daß auch hier der Raumbedingung[2]) (der physikalischen Grundgleichung des Sehraums)

$$\frac{\text{Sehgröße}}{\text{wahre Größe}} = \frac{\text{Sehferne}}{\text{wahre Entfernung}} \qquad (1)$$

Genüge geleistet wird[3]).

Herr Hans Witte macht aber zwei Vernachlässigungen. Die erste Vernachlässigung spiegelt sich in folgender Annahme[4]): „Eine wirkliche gerade Linie erscheint im Sehraum wieder als eine gerade Linie. Umgekehrt: Einer Linie, die im Sehraum als gerade erscheint, entspricht im wahren Raum eine gerade Linie“. Die zweite Vernachlässigung besteht darin, daß er die Entfernung des Auges senkrecht über einen Parallelstreifen usw. in die Rechnung nicht einbezieht.

2. Ich will hier einen Beitrag zur Theorie des Sehraumes geben ohne die genannten zwei Vernachlässigungen zu machen. Weil, wenn wir z. B. über einer Bahnstrecke uns befinden, und wenn wir unseren Blick aus der Ferne über die Bahnstrecke gleiten lassen, dann sehen wir dieselbe immer mehr und mehr auseinander laufen, bis sie schließlich eine Zeitlang fast parallel laufen (unser Blick ist dann fast senkrecht hinunter gerichtet), um dann wieder nach anderer Seite zusammenzulaufen. Ein anderes Beispiel wären zwei sehr lange und parallele Cirrusstreifen, welche sich am Himmel gerade über uns befinden; es ist bekannt, daß es uns scheint, als ob die beiden Wolkenstreifen an beiden entgegengesetzten Seiten am Horizont zusammenlaufen. Es ist klar, daß hier die senkrechte Entfernung von dem Auge eine wichtige Rolle spielt, und daß die beiden Wolkenstreifen (Eisenbahnschienen usw.) uns etwas gekrümmt erscheinen. Solche leichte Krümmung gibt auch Herr Hans Witte zu, er sagt aber[5]): „... weil die Krümmung gering ist, soll sie ausdrücklich außer acht bleiben“. Dies ist in der Praxis (nicht aber in der Theorie) nur dann statthaft, wenn wir wie Herr Hans Witte nur nach einer Richtung schauen, und zwar erst von einer gewissen Entfernung von dem Auge weiter, wie wir beweisen werden.

1) Hans Witte, Über den Sehraum. I. Mitteil, diese Zeitschr. 19, 142, 1918; II. Mitteil, ebenda 20, 61, 1919; III. Mitteil., ebenda S. 114; IV. Mitteil., ebenda S. 126; V. Mitteil, ebenda S. 368; VI. Mitteil., ebenda S. 389; VII. Mitteil., ebenda S. 409; VIII. Mitteil., ebenda S. 470. Eventuelle weitere Mitteilungen sind mir nicht zugänglich.

2) V. Mitteil. § 7—9.

1) VI—VIII. Mitteil.

2) V. Mitteil. § 2.

3) VIII. Mitteil. §§ 9—11.

4) VI. Mitteil. § 6.

5) VI. Mitteil. § 6.

3. Sei L die wahre Größe eines Gegenstandes und R seine wahre Entfernung von dem Auge A, dann folgt aus der Fig. 1 ($\triangle ABC$) für den Sehwinkel φ die Relation:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L}{R} \qquad (2)$$

(dabei darf man nicht vergessen, daß immer $\sphericalangle ABC = 90^0$ sein soll).

Wir werden jetzt definieren: Die scheinbare Größe l des betrachteten Gegenstandes ist proportional mit der Tangente des Sehwinkels, d. h.

$$l = r \cdot \operatorname{tg}\varphi. \qquad (3)$$

Die Konstante r kann zuerst ganz willkürlich sein; sie hat Dimensionen einer Länge und kann als solche gedeutet werden. r ist also die senkrechte Entfernung jener Ebene von

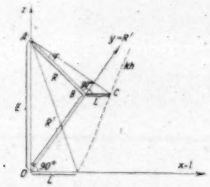


Fig. 1.

dem Auge, auf welche wir den betrachteten Gegenstand projizieren (Referenzfläche); man darf aber r nicht mit der Sehferne des Laqueurschen Sehraumes verwechseln. Somit erhalten wir folgendes Projektionsgesetz

$$l = \frac{rL}{R}, \qquad (4)$$

d. h. die scheinbare Größe eines Gegenstandes ist umgekehrt proportional mit seiner senkrechten Entfernung von dem Auge[1]).

4. Das Projektionsgesetz (4) können wir graphisch veranschaulichen. Im rechtwinkeligen Koordinatensystem sei $y = R$ und $l = x$; das Auge befindet sich in dem Ausgangspunkt O. Wir haben unmittelbar

$$xy = rL \qquad (5)$$

und dies ist die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel mit den Koordinatenachsen als Asymptoten[2]).

5. Ganz anders verhält sich die Sache, wenn das Auge nicht in der Ebene des Parallelstreifens, sondern über ihm sich befindet (Fig. 1).

1) Während dieser ganzen Betrachtung nehmen wir an, daß nur das rechte Auge sieht, das linke sei geschlossen.

2) Die Hyperbelachse ist $a = \sqrt{2rL}$.

Setzen wir $y = R'$ und $x = l$, dann folgt aus (4) und der Fig. 1 unmittelbar

$$l = \frac{rL}{\sqrt{E^2 + R'^2}}, \qquad (6)$$

und daraus

$$x^2y^2 + E^2\left(x^2 - \frac{r^2L^2}{E^2}\right) = 0. \qquad (7)$$

Dies ist die Gleichung einer Konchoide. Somit haben wir die scheinbare Verengerung eines geraden Weges, einer geraden Eisenbahnlinie usw., mit der Ferne, erklärt.

6. Wir wollen noch betrachten: Wie ändert sich die wahre Größe eines Gegenstandes (z. B. die wahre Breite eines Streifens), wenn die scheinbare Größe l und dann auch der Sehwinkel φ konstant bleiben sollen? Setzen wir (Fig. 2) in (6) $y = R'$ und $x = L$, dann haben wir sofort:

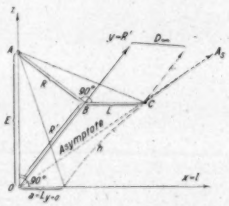


Fig. 2.

$$x^2 - \frac{l^2}{r^2}y^2 = \frac{l^2}{r^2}E^2. \qquad (8)$$

Dies ist die Achsengleichung der Hyperbel. Wir sehen sofort, daß, von einer gewissen Entfernung $\overline{OB}$, die wahre Größe L fast linear mit der Entfernung wächst. Somit sind wir in erster Annäherung bei demselben Resultat angelangt, wie auch Herr Hans Witte[1]): Eine „wirkliche" gerade Linie erscheint im Sehraum wieder als eine gerade Linie; und umgekehrt.

7. Jetzt bleibt uns noch übrig, auch die weiteren Folgerungen der Witteschen Theorie (oder des Laqueurschen Sehraumes) als die erste Annäherung der hier entwickelten Theorie abzuleiten. Kehren wir zu dem früheren Beispiele zurück. Wir haben schon gesagt, daß, in erster Annäherung, von einer gewissen Entfernung $\overline{OB}$ wir den Hyperbelast mit seiner Asymptote verwechseln können. Nehmen wir noch beispielsweise $\overline{AB} = r$, d. h. wir werden

1) VI. Mitteil., §§ 6 und 7. Man findet hier auch das Bild, welches mit dem Teile unserer Fig. 2 außerhalb der Strecke $\overline{OB}$ identisch ist.

den Streifen $BD_\infty CA_s$ (Fig. 3) auf die Ebene π, welche senkrecht auf AB und AC ist, projizieren. Der unendlich lange Strahl BD_∞ wird in der Ebene π nur eine endliche Länge $\overline{BD}_\infty$ haben, ähnlich die parallelen Strahlen BA_s und CA_s. Fixieren wir das Bild auf der Ebene π,

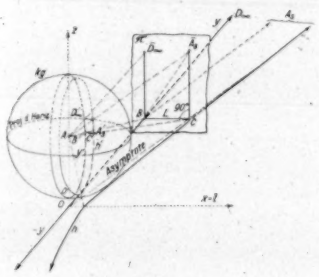


Fig. 3.

und drehen wir die Ebene π um die Achse BC so, daß sie ganz in die Ebene xy zu liegen kommt, so bekommen wir die Fig. 4, welche mit der Witteschen Fig. 4 in seiner VIII. Mitteil. identisch ist. Dem Punkte P auf CA_s entspricht der Punkt $\overline{P}'$ auf $\overline{CA}_s'$. Aus der Fig. 4 haben wir

$$f/l = X/Y. \qquad (1')$$

Wir sehen, daß wir erst in erster Annäherung f als Sehferne und X als wahre Entfernung bezeichnen können. Die Länge $\overline{BD}_\infty' = \overline{CA}s'$ ist also abhängig von der Entfernung r der

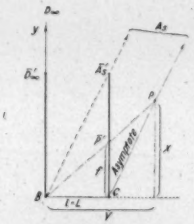


Fig. 4.

Referenzfläche π von dem Auge; ein Resultat, zu welchem uns die Wittesche Theorie erst nach langen Überlegungen führt und bei ihm eine Konstante ist.

Dieselben Betrachtungen können wir mit einem Parallelstreifen anstellen (Fig. 5). Wir bekommen auch hier ein Bild (auf der Ebene π), welches mit der Witteschen Fig. 5 in seiner VIII. Mitteil. im Prinzip identisch ist. Dem Punkte D_∞ entspricht auch hier der Punkt $\overline{D}_\infty'$, dem unendlich langen Strahle CD_∞ die endliche Länge $C\overline{D}_\infty$. Wir sehen, daß erst nach diesen annähernden Betrachtungen uns die Wittesche Theorie klar und durchsichtig erscheint, und, daß der Laqueursche Schraum nur als eine erste Annäherung betrachtet werden darf.

8. Eine Theorie des Sehraumes kann nie als vollkommen betrachtet werden, wenn sie nicht imstande ist die scheinbare Vergrößerung des Mondes am Horizonte zu erklären. Nehmen wir zuerst, daß unsere Referenzfläche eine Kugeloberfläche kg (Fig. 3 und 5) ist, d. h. r sei für jede Blickrichtung konstant. Da wir in diesem Falle den Mond in jeder Lage (Höhe) gleich groß sehen sollten, so müssen wir annehmen, daß r eine Funktion der Höhe über dem Horizont ist[1]). Die erwähnte Referenzfläche wäre jetzt keine Kugeloberfläche, sondern sie hätte eine ähnliche Form wie ein Rotations-

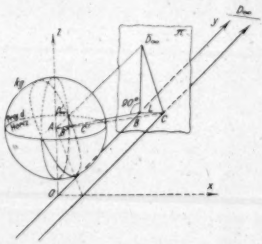


Fig. 5.

ellipsoid, wir werden sie Sphäroid nennen. Warum aber r eine solche Funktion der Höhe über dem Horizont und vielleicht der Lage des Kopfes ist, gehört nicht mehr in die reine Physik; hier hat der Physiologe sein Wort[2]).

9. Zum Schlusse muß ich noch einige Worte über den Tellermond sagen. Die Herren E. Laqueur und Hans Witte gehören zu seinen größten Verfechtern. Und jetzt kommt das Beste; Herr Hans Witte sagt nämlich[3]): „.... Allem Augenschein nach ist die Meinung dabei die, man könne den Mond eigentlich, wenn man die Hände hebt, mit der Scheibe oder dem Teller unmittelbar verdecken ..... Diejenigen Leute, welche die Probe zum erstenmal machen,

1) Vielleicht ist r auch eine Funktion der Lage des Kopfes.

2) Vgl. z. B. O. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik Bd. 2, S. 695; Braunschweig 1904.

3) III. Mitteil. § 6.

wundern sich, daß die Hände mehr als 40 mal zu weit fassen..." Ich denke, es gibt zwei Möglichkeiten dieses Paradoxon zu lösen. Die erste Möglichkeit wäre: der Tellermond existiere nicht; es ist dies nur eine schlechte Überlieferung aus uralten Zeiten.

Zweite Möglichkeit wäre, daß der Tellermond tatsächlich existiere[1]). In diesem Falle müssen wir das früher erwähnte Paradoxon erklären. Ich denke, es bleibt hier nur eine Erklärung übrig: Der Mond, wenn er z. B. sich am Horizont befindet (oder in seiner Nähe), sieht aus wie eine Scheibe von 40 cm Durchmesser (nach Durchschnittserfahrungen), aber in einer Entfernung von ca. 44 m (Entfernung der Referenzfläche). Jeder Mensch, wenn er eine Scheibe von 40 cm Durchmesser in einer Entfernung von 44 m sieht, kann sofort angeben, wie sie in der Wirklichkeit groß ist. Daraus folgt, daß der Durchschnittsmensch sagen wird: Der Mond sieht so groß aus. Wenn er eine so große Scheibe in der Greifnähe mit dem Monde vergleicht, dann projiziert er unwillkürlich diese Scheibe auf eine Referenzfläche, welche sich in einer Entfernung von ca. 44 m befindet. Die Scheibe sieht dann hausgroß aus, und jeder kann sich durch einen Versuch darüber selbst überzeugen.

Ist diese Erklärung richtig, dann ist das erwähnte Paradoxon erklärt und der Tellermond gerettet.

1) Hans Witte, l. c. § 14 hält ihn als bewiesen. Er sagt: „Gewiß, er lebt nur in der Seele. Und dies ist vielleicht der innere Grund, weshalb ihn die physikalische Wissenschaft bisher verschmäht".

10. Zusammenfassung. Hier wurde eine Theorie des Sehraumes skizziert und gezeigt, daß die Wittesche Theorie des Laqueurschen Sehraumes nur als erste Annäherung betrachtet werden darf. Zum Schlusse wurde die Frage nach der Vergrößerung des Mondes am Horizonte und die des Tellermondes gestreift.

Zagreb (S.H.S.), Februar 1920.

(Eingegangen 19. Juli 1920.)

Berichtigung zu meiner Theorie der Rotverschiebung.

Von A. H. Bucherer.

Die in dieser Zeitschr. **21**, 451, 1920 veröffentlichte Ableitung der Rotverschiebung erweist sich bei nochmaliger Prüfung als nicht haltbar. Es handelt sich um Folgendes: Ich hatte gezeigt, daß eine im Gravitationsfelde der Sonne erzeugte Strahlung weniger Energie besitzt als eine außerhalb erzeugte. Daraus schloß ich, daß diese Energiedifferenz sich durch eine Rotverschiebung geltend machen müsse. Diese Folgerung ist aber deshalb nicht zulässig, weil ein das Gravitationsfeld der Sonne verlassender Lichtstrahl eine Verzögerung und damit eine Verringerung seiner kinetischen Energie erfährt von der Größe der berechneten Energiedifferenz. Letztere darf also nicht auf Rechnung der Rotverschiebung gesetzt werden.

Bonn, den 28. August 1920.

(Eingegangen 28. August 1920.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Neuere Arbeiten über Beugung an Zylindern und Gittern.

Von H. Spohn.

(Schluß.)

Um ihren Zusammenhang mit dem periodischen Schwanken der Kurven von Fig. 4, S. 501, feststellen zu können, wurden [14] die ersten zwei Eigenschwingungen für die beiden den Kurven zugehörigen Abmessungen ausgerechnet. Ihre Werte sind in Fig. 5 auf der Abszissenachse eingetragen und durch die so erhaltenen Punkte Parallelen zur Ordinatenachse gezogen. Der postulierte Zusammenhang tritt evident zutage.

Man kann also das hier behandelte Beugungsproblem auch als einen Fall erzwungener Schwingungen, oder, was auf dasselbe herauskommt, als ein Resonanzproblem auffassen.

Damit hat sich jenes vorerwähnte unmittelbare Ineinandergreifen der strengen Gittertheorie mit dem Dispersionsprobleme herausgestellt, auf das im nächsten Paragraphen noch näher eingegangen werden soll.

Der Fall paralleler Stellung des Zylinders zum elektrischen Vektor des eben-polarisierten Wellenzuges ist nunmehr für den vorliegenden Zweck vollständig dargestellt.

Zur vollen Erledigung des gestellten Problems gehört naturgemäß noch der Fall senkrechter Stellung des Zylinders zum elektrischen Vektor.

Dazu sind grundsätzlich keine neuen Überlegungen nötig: In Anbetracht der übrigen Symmetrieverhältnisse des vorliegenden Problems tritt lediglich an die Stelle des Vektors $\mathfrak{E}$ nunmehr der Vektor $\mathfrak{H}$; denn jetzt tritt nur eine magnetische Kraftkomponente in der Richtung

der Zylinderachse auf, während der elektrische Vektor in der $(r\,\varphi)$-Ebene die beiden Komponenten $\mathfrak{E}_r$ und $\mathfrak{E}_\varphi$ erhält. Daher folgt aus den auf Zylinderkoordinaten transformierten Maxwellschen Grundgleichungen, daß die neuen Problemgleichungen bis auf einen Vorzeichenwechsel aus den Gleichungen (1) durch Vertauschung der $\mathfrak{E}$ mit dem $\mathfrak{H}$ hervorgehen. Diese Rollenvertauschung bedingt in den ausgeschriebenen Grenzbedingungen (5c, 6c), daß in diesen die Ableitungen der Funktionen I und H die Rolle miteinander vertauschen; daraus ergibt sich dann weiterhin, daß nunmehr die Koeffizienten der wiederum wie in (2) eintretenden Reihenentwicklung zwar allgemein grundsätzlich denselben Aufbau behalten, jedoch die speziellen Werte anders ausfallen müssen. Diese allgemeine Übersicht genügt bereits für die weiter zu ziehenden Folgerungen. Aus den $\mathfrak{H}$-Komponenten erhält man zufolge der Maxwellschen Gleichungen in dem Falle der hier vorliegenden Symmetrie die $\mathfrak{E}$-Komponenten durch Differentiation nach r oder φ und darauffolgende Integration nach der Zeit; daher folgt aus der eben angestellten allgemeinen Übersicht, daß die Form für $\mathfrak{E}_r$ unmittelbar aus der Formel (7) abzulesen ist, wobei man sich lediglich gegenwärtig zu halten hat, daß die speziellen Werte von A_φ und B_φ bei im übrigen grundsätzlich gleichem Aufbau anders ausfallen als dort, d. h. die sich der erregenden Welle überlagernde Störung liefert bei senkrechter Stellung des Zylinders numerisch andere Werte als bei paralleler.

Die weitere Diskussion dieses Ergebnisses zeigt nicht nur, wie oben erwähnt, noch eingehender das Ineinandergreifen der strengen Gittertheorie mit der modernen Dispersionstheorie, sondern schließlich sogar eine in allen Einzelheiten bestehende Übereinstimmung mit dieser (siehe § 2).

Mit der hier vorgeführten Theorie stimmt das Experiment gut überein. Dieser Übereinstimmung widerspricht die in Fig. 5 punktiert eingetragene Beobachtung, indem sich die punktierte Kurve gut nur dem ersten Maximum und Minimum anschließt, nur scheinbar. Die vorliegende Theorie nahm die erregende Welle als ungedämpft an. Die zugehörigen Experimente mußten aber bisher immer noch mit sehr merklich gedämpften Wellen arbeiten.

Die theoretische Berücksichtigung der Dämpfung der erregenden Welle ist von Kobayashi-Iwao [25] durchgeführt worden. Die Überlegung ist durch den Scharfsinn, mit dem in alle Feinheiten des natürlichen Vorganges eingedrungen wurde, sehr interessant. Mit Rücksicht auf den Raum kann an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen werden. Es genüge die Feststellung, daß die Durchrechnung dieses Gedankens die oben bemerkte Abweichung restlos dargestellt hat.

§ 2. Polarisation, spezielle Dispersionstheorie.

Die ersten Gitterversuche, deren rechnerische Darstellung mit den Mitteln der alten Theorie unmöglich war, hatte, wie erwähnt, Heinrich Hertz im Jahre 1888 angestellt. Er fand eine auffallende elektrische Welle verschieden beeinflußt, je nachdem die elektrische Kraft der einfallenden Welle den Stäben parallel oder senkrecht zu ihnen gerichtet war, d. h.: Ein elektrischer Wellenzug wird von einem ihm in den Weg gestellten Gitter „polarisiert". Es ist Brauch geworden, diese Polarisation einer Welle an Gittern durch die „Durchlässigkeit" des Gitters zu kennzeichnen. Darunter soll das Verhältnis der Strahlungsintensität hinter einem, einfallender Strahlung in den Weg gestellten Gitter zur „freien" Intensität, d. h. zur Intensität der Strahlung bei Abwesenheit des Gitters verstanden werden; es wird weiterhin mit D bezeichnet. Statt die Durchlässigkeit eines Gitters einzeln für verschiedene Stellungen der Gitterstäbe zum elektrischen Vektor der einfallenden Welle anzugeben, wird es für viele Fälle anschaulicher, gleich das Verhältnis der Durchlässigkeiten bei „paralleler" und bei „senkrechter" Gitterstellung zu kennen. Dieses soll kurz das „Durchlässigkeitsverhältnis" heißen und fernerhin mit leichtverständlicher Indizesbezeichnung symbolisch

$$\frac{D_\parallel}{D_\perp}$$

geschrieben werden.

Hertz hatte im Gebiete elektromagnetischer Wellen im engeren Sinne

$$\frac{D_\parallel}{D_\perp} < 1$$

gefunden. Dieser Fall wird Hertz-Effekt genannt.

Du Bois hatte im Gebiete der sichtbaren Strahlung [1, 2]

$$\frac{D_\parallel}{D_\perp} > 1$$

gemessen. Dieser Fall wird Du Bois-Effekt genannt.

Du Bois und Rubens fanden später [3], daß der Du Bois-Effekt sich allmählich in den Hertz-Effekt verwandelt, wenn man zu immer größeren Wellenlängen übergeht.

Der Punkt dieses Überganges, an dem also

$$\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} = 1$$

ist, wird der Inversionspunkt genannt.

Die Verhältnisse blieben bis zur vollständigen Durchführung der neuen Gittertheorie durchaus ungeklärt. Die Auswertung der vorstehend referierten Theorie hat diesen Mangel restlos beseitigt, sie gibt aber natürlich noch weitergehende Auskunft.

Zu dem Zwecke hat man ein Gitter zu betrachten, dessen parallel angeordnete „Drähte" als Zylinder von der im vorigen Paragraphen definierten Art betrachtet werden dürfen. Hierbei sind — abgesehen natürlich von der wiederum einzeln durchzuführenden Unterscheidung nach der Art des Drahtmaterials — zwei Fälle zu unterscheiden:

Beiden Fällen gemeinsam ist die Auffassung der Gitterwirkung als Superposition der Wirkungen der Einzelzylinder. Aber erheblich verschieden fällt die Rechnung aus, je nachdem

a) der einzelne Gitterdraht nicht mehr merkbar von den erzwungenen Schwingungen der Nachbardrähte, d. h. einer schon „gestörten" einfallenden Welle, sondern lediglich von der ursprünglichen erregenden Welle getroffen wird, oder

b) die Erregung des einzelnen Drahtes merklich auch von den Störungen der Nachbardrähte abhängt.

Der Fall a liegt vor, wenn die Drahtabstände „groß" gegen die Wellenlänge sind. Ein rechnerisches Kriterium für diese Bedingung liefert eine noch kurz zu erwähnende Abhandlung von Ignatowsky 1914 [8]. Praktisch ist sie schon bei den für optische Messungen gebräuchlichen Gittern erfüllt.

Ein solches Gitter ist, um den Anschluß an die Theorie des vorigen Paragraphen zu gewinnen, aufzufassen als ein in einer Ebene angeordneter Satz einander paralleler Zylinder der bisherigen Art. Die Beobachtung erfolgt in großer Entfernung von der Gitterebene.

Zwei Hauptfragen sind nun hier vor allem zu beantworten:

1. Wo liegen die Beugungsbilder[1]) eines Gitters?
2. Wie wird die Intensität eines Wellenzuges durch das Gitter beeinflußt?

Die erste Frage ist eine Lebensfrage für die optische Wellenlängenmessung. Hier kann die Feststellung genügen [16], daß auch die strenge Theorie die Lage der Beugungsbilder wie die alte Theorie unabhängig vom Material der beugenden Körper findet. Denn ohne Rechnung erkennt man sofort folgendes: Nach den Voraussetzungen des jetzt vorliegenden Falles erhält man die hier wirksamen elektrischen und magnetischen Kräfte einfach durch Addition der oben erhaltenen entsprechenden Vektoren. Folglich kann hier qualitativ nichts Neues herauskommen. Aus den Vektoren $\mathfrak{E}$ des vorigen Paragraphen erhält man aber durch elementare Differentiation die Lage der Hauptmaxima von $\mathfrak{E}$, — das eben sind die „Beugungsbilder" im engeren Sinne — unabhängig vom Material.

Die zweite Frage kann mit dem einleitend erwähnten, bisher nur experimentell erforschten Probleme der Durchlässigkeit identifiziert werden. Da zur Vereinfachung des Ausdruckes im vorigen Paragraphen die Intensität der einfallenden Welle als Einheit benutzt wurde, ist hier unmittelbar für einen Einzelzylinder

$$D_{\perp} = 2\overline{\mathfrak{E}_{\parallel}^2} = 1 + (A_{\varphi}^2 + B_{\varphi}^2)\frac{\lambda}{4r} + \sqrt{\frac{\lambda}{2r}}(A_{\varphi} + B_{\varphi}), \tag{15a}$$

Und die Schlußbetrachtungen des vorigen Paragraphen berechtigen jedenfalls ganz entsprechend für den senkrechten Fall

$$D_{\parallel} = 2\overline{\mathfrak{E}_{\perp}^2} = 1 + (C_{\varphi} + D_{\varphi}^2)\frac{\lambda}{4r} + \sqrt{\frac{\lambda}{2r}}(C_{\varphi} + D_{\varphi}), \tag{15b}$$

anzusetzen. Dabei sind, wie erinnerlich, die Koeffizienten A, B, C, D Punktionen von φ/λ und von der D.-K. (im allgemeinen Sinne).

Das Verhalten, wenigstens der Größe $D_{\parallel}$, ist im vorigen Paragraphen für den Einzelzylinder eingehend diskutiert worden. Die Diskussion für $D_{\perp}$ muß nach den Schlußbemerkungen des vorigen Paragraphen streng analog verlaufen. Wiederum ist für den jetzt vorliegenden Fall qualitativ nichts Neues zu erwarten. Allein quantitativ tritt hier bei hinreichender Größe der Zahl der Gitterdrähte eine Modifikation ein, die der hier dem Falle beim Einzelzylinder entsprechenden Frage eine ungleich fühlbarere Bedeutung verschafft:

Bezeichnet nämlich n die Anzahl der Drähte des Gitters, so erhält in den entsprechenden Ausdrücken für $D_{\parallel}$ und $D_{\perp}$ der zweite Summand den Faktor n^2, der dritte den Faktor n. Nun war die Voraussetzung über die zu den Formeln (1a) und (1b) führende Entwicklungsmöglichkeit schon hinreichend erfüllt für

1) An dieser Stelle muß auf den Gebrauch des Wortes Beugung eingegangen werden. Scheinbar wird es meist nur für den Fall verwendet, daß unmittelbar erkennbar aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkte Lichtstrahlen beobachtet werden. Bei Beachtung des Mechanismus eines Beugungsvorganges ist aber natürlicherweise das „Zentralbild" hinter einem beugenden Körper genau so ein „Beugungsbild" wie ein abgelenktes Bild.

$r > 5\lambda$; also können die genannten Summanden in (15a) und (15b) bei geeigneter Wahl von n so erhebliche Beträge erreichen, daß die hinter dem Gitter resultierende Intensität ganz wesentlich von der Intensität der freien Strahlung abweicht.

Aus denselben Gründen wie früher, ist über die Einzelheiten dieser Abweichungen etwas Bestimmtes erst auszusagen, wenn für das Verhältnis ϱ/λ und die D.-K. (im allgemeinen Sinne), d. h. über das Material der Gitterdrähte, besondere Abmachungen getroffen werden.

An dieser Stelle muß nun zunächst ϱ/λ als kleine Zahl angesetzt werden, da die zur bisherigen Durchführung der Theorie benutzten Reihenentwickelungen andernfalls praktisch versagen und über die Auswertung der Theorie für großes ϱ/λ erst am Schlusse berichtet wird.

Nach dieser Voraussetzung sind nun, wie im vorigen Paragraphen zwei Fälle unterscheidbar:

α) Das Gitter besteht aus dielektrischen Drähten.

β) Das Gitter besteht aus metallischen Drähten.

α) Beschränkt man die Betrachtung auf das „Zentralbild“ ($\varphi = \pi$), so wird:

$$D_{\parallel} = 1 + \frac{1}{16}\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^4 (\varepsilon - 1)^2 \frac{\lambda}{r} n^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^2 (\varepsilon - 1)\sqrt{\frac{2\lambda}{r}}\, n, \tag{16a}$$

$$D_{\perp} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\lambda}{r}}\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} n \tag{16b}$$

[praktisch realisierbar bleibt nur der Fall

$$\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^2 (\varepsilon - 1)\sqrt{\frac{\lambda}{r}}\, n$$

klein gegen 1, weil andernfalls für die dieser Rechnung zugänglichen Anordnungen n von der Größenordnung 10^{11} gewählt werden müßte; daher ist in dem Ausdrucke für $D_{\perp}$ von vornherein das hierin quadratische Glied unterdrückt].

Aus (16a) und (16b) folgt:

$$\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^2 \varepsilon \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\sqrt{\frac{2\lambda}{r}}\, n. \tag{17}$$

Das aus sehr dünnen dielektrischen Drähten bestehende Gitter zeigt also den Du Bois-Effekt.

β) Der praktisch bedeutungsvollste Fall eines Gitters aus metallischen Drähten zeigt folgendes Verhalten: Bezeichnet wieder ν und $\varkappa$ Brechungsquotienten und Extinktionskoeffizienten des Drahtmaterials, so ist in dem Zentralbilde:

$$D_{\parallel} = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^2 \sqrt{\frac{2\lambda}{r}}\,[\nu^2 - \varkappa^2 - 1 - 2\nu\varkappa] n, \tag{18a}$$

$$D_{\perp} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^2 \sqrt{\frac{2\lambda}{r}}\, \frac{4\nu\varkappa - [(\nu^2 + \varkappa^2)^2 - 1]}{(\nu^2 - \varkappa^2 - 1)^2 + 4\nu^2\varkappa^2}, \tag{18b}$$

$$\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} = 1 + \frac{n}{4}\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^2 \sqrt{\frac{2\lambda}{r}} \cdot F(\nu, \varkappa). \tag{18c}$$

$F(\nu, \varkappa)$ ist für alle Metalle im sichtbaren Gebiete wesentlich negativ. Daher herrscht im sichtbaren Gebiete hinter Gittern, deren Drähte dünn sind im Vergleich zur Wellenlänge, der Hertz-Effekt.

Da die experimentelle Verifizierung dieses Falles, d. h. Herstellung gegen optische Wellenlänge dünner Metalldrähte i. a. auf technisch kaum zu beseitigende Schwierigkeiten stoßen wird[1]), sei Formel (18c) für das Gebiet der ultraroten und der elektrischen Wellen umgeschrieben. In diesem Gebiete ist

$$\nu^2 = \varkappa^2 = \nu\varkappa = \sigma\tau,$$

wo σ die Leitfähigkeit des Metalls, τ die Periode der einfallenden Welle bedeutet. Also wird:

$$F(\nu, \varkappa) = -1 - 2\sigma\tau + 2\frac{4\sigma\tau + 1 - 4\sigma^2\tau^2}{1 + 4\sigma^2\tau^2} = -(2\sigma\tau + 3) + 4\frac{2\sigma\tau + 1}{4\sigma^2\tau^2 + 1},$$

oder, da $\sigma\tau$ groß gegen 1 ist, mit bedeutender Näherung:

$$F(\nu, \varkappa) = -2\sigma\tau + \frac{2}{\sigma\tau} \sim -2\sigma\tau;$$

daher wird hier:

$$\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} = 1 - n\sigma\tau\left(\frac{2\pi\varrho}{\lambda}\right)^2 \sqrt{\frac{\lambda}{2r}}.$$

Dieses Ergebnis heißt aber: Ein Gitter aus metallischen Drähten von endlicher Leitfähigkeit läßt bei senkrechter Stellung zum elektrischen Vektor des einfallenden Lichtes ultrarote Strahlung nahezu unverändert hindurch, während es bei paralleler Stellung bei hinreichender Zahl der Drähte eine nahezu vollkommene Schirmwirkung ausübt.

Wenn oben festgestellt wurde, daß auch die neue Theorie die Beugungsbilder unabhängig vom Material der Gitterdrähte findet, so ist dazu noch eine interessante Bemerkung zu machen: Diese Übereinstimmung der Ergebnisse für die Beugungsbilder reicht zunächst eben nur soweit, d. h. bis zur übereinstimmenden Materialunabhängigkeit der Beugungsbilder, wenn man, wie eben das Gitter einfach als einen ebenen Satz parallel angeordneter Drähte

1) Der Fall scheint wenigstens nach der Richtung gegen die optischen Wellenlängen dünner Drähte experimentell nur bei einem noch zu besprechenden Gitterversuche von Braun erreicht zu sein [4].

von λ Länge ansieht. Dagegen gilt für die Lagen derjenigen Stellen, an denen Hauptextreme entstehen können, zwar auch die Formel

$$\sin\varphi = m\frac{\lambda}{\gamma} \quad (m = 0, 1, 2 \cdots;\ \gamma \text{ die „Gitterkonstante“}).$$

Ob jedoch diese Stellen Maxima oder Minima werden, oder gar die „normale“ Intensität 1 aufweisen, das hängt noch wesentlich von der Entfernung des Beobachtungsortes vom Gitter ab [16].

Dieses Ergebnis bedeutet also eventl. eine wesentliche Abweichung von dem entsprechenden Ergebnisse der alten Theorie. Nun ist aber auch die in der Optik gewöhnlich verwendete Gitteranordnung mit der zur Ableitung der ebengenannten Ergebnisse definierten Anordnung nicht zu identifizieren. Vielmehr hat man einen ebenen Satz parallel angeordneter Drähte nicht als frei im Raume stehend, sondern als in einen breiten Schirm eingelassen anzusehen. Die Dimensionen eines solchen Schirmes, wie sie der üblichen experimentellen Anordnung entsprechen, rechtfertigen es, diesen Schirm als vollkommen reflektierend aufzufassen. Danach ist es zulässig, die Wirkungen dieses Schirmes nach der eingangs erwähnten Theorie von Schwarzschild [18] zu berechnen. Superponiert man diese Wirkungen denen der „Einzelzylinder“, so findet man nunmehr volle Übereinstimmung des Ergebnisses für die Beugungsbilder mit der alten Theorie. Die merkwürdigen Umkehrungen in die komplementären Erscheinungen treten hierbei nicht auf [16].

Erwähnenswert ist, wenn im vorliegenden Zusammenhange auch ein näheres Eingehen auf die zusätzliche Rechnung mit Benutzung der Schwarzschildschen Lösung hier nicht am Platze ist, daß auch die Ergebnisse für die Durchlässigkeiten durch die Berücksichtigung der experimentell üblichen Gitteranordnung in einem metallischen Rahmen wesentlich modifiziert werden. Während oben für dielektrische Gitter allgemein und für metallische Gitter im Gebiete langwelliger Strahlung durchaus eindeutig dort der Du Bois-Effekt, hier der Hertz-Effekt errechnet wurde, ist, wenn das Gitter als in einem vollkommen reflektierenden Schirm eingelassen anzusehen ist, für beide Materialarten sowohl der Du Bois-Effekt wie auch der Hertz-Effekt wie endlich auch der Übergang zwischen beiden Effekten (Inversion) möglich; und zwar wird die besondere Art des Effekts nach Festlegung des Materials und der Dimensionen durch die Zahl der Gitterdrähte bestimmt.

Der einleitend unter b) aufgezählte Fall kann kurz als der Fall im Verhältnis zur Wellenlänge kleinen Abstandes der einzelnen beugenden Elemente bezeichnet werden. Rechnerisch ausgiebig behandelt ist dieser Fall nur unter Zugrundelegung einer wesentlich anderen Anordnung als der, wie man sie unter einem Gitter schlechthin versteht: In das Vakuum sind nicht in einer Ebene, sondern räumlich Zylinder von der im vorigen Paragraphen definierten Art parallel einer Vorzugsrichtung in Abständen angeordnet, die klein sind gegen die Wellenlänge der durch die Anordnung sich fortpflanzenden Welle. Diese Anordnung gewährt der theoretischen Durcharbeitung auf der Hand liegende Rechenvorteile bzw. die Verwertung der für die Dispersionstheorie benutzten Methoden, die auch schon vor dieser Problemstellung für ein analoges Problem, die Optik kolloidaler Metallösungen, von Gans und Happel vorteilhaft verwendet worden war [7].

Im alten Sinne des Wortes „Beugung“ führt natürlich diese Problemstellung über den ursprünglichen Ausgang hinaus und — wie noch näher diskutiert werden soll — zu eigentlichen „Dispersionsproblemen“. Aber in der Tat führt die strenge Behandlung der „Beugung“ zu einer grundsätzlichen Verbindung dieser mit der „Dispersion“, so daß die Behandlung eines solchen speziellen Dispersionsproblems durchaus in den Rahmen einer Theorie über Beugung an Zylindern hineingehört.

Überdies gestattet die verhältnismäßig bequeme Durchrechnung des vorstehend definierten Falles bisher fehlende Schlüsse zu einem oben schon kurz erwähnten Experimente von Braun [4], das wiederum ein Gitterbeugungsproblem im engeren Sinne darstellt. Braun hatte sich Gitter von submikroskopischer Struktur durch Zerstäubung von Metalldrähten auf Glasplatten hergestellt. Er fand bei diesen feinen Gittern im Gebiete der sichtbaren Strahlung deutliche Polarisationswirkung. Die experimentelle Anordnung legte seiner Zeit den Schluß auf Hertz-Effekt nahe, während frühere Versuche von Du Bois und Rubens scheinbar unterhalb einer noch im Ultrarot gelegenen Wellenlänge unabhängig von der Dicke beugender Drähte nur die Möglichkeit des Du Bois-Effekts festgestellt hatten [3].

Für die Beantwortung dieser kritischen Frage kann das Verhalten einer hinreichend dünnen Schicht des oben definierten Mediums ausreichenden Anhalt gewähren.

Die obige Definition des hier zu diskutierenden Problems hat zur Folge, daß in dem Medium eine außerordentlich große Zahl außer-

ordentlich dicht gelagerter Einzeleffekte auftreten muß, die nunmehr nicht weiter als getrennte Einzeleffekte beobachtet werden können, sondern sich für die Beobachtung zu einer Mittelwertswirkung zusammensetzen, d. h. das oben definierte Medium wirkt der einfallenden Welle gegenüber wie homogene Materie, es kommt ihm, wie ohne weiteres ersichtlich, ein „Brechungsindex" zu. Daß es noch weitere optische Eigentümlichkeiten aufweist, wird die fernere Betrachtung lehren [17].

Die Rechnung, über deren Einzelheiten auf die Spezialliteratur verwiesen werden kann, schlägt den Umweg über die (etwa nach Abraham zu definierende) Polarisation $\mathfrak{P}$ des Mediums ein, die sich, gestützt auf die für den Einzelzylinder gefundenen Ergebnisse leicht angeben läßt, und zwar ergibt sie sich proportional der erregenden Welle. Danach liefert die Elektronentheorie die Definitionsgleichungen:

$\mathfrak{D} = \mathfrak{E} + 4\pi\mathfrak{P}_e$ | ($\mathfrak{P}_e$ bzw. $\mathfrak{P}_m$ die elektrische bzw.
$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{P}_m$ | die magnetische Polarisation)

und hieraus folgt dann nach Ersetzung der $\mathfrak{P}$ durch ihre Werte:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \overline{\varepsilon_{\parallel}}\,\mathfrak{E} = \mathfrak{E}\left(1 + 2\pi\frac{Na_0}{k_1^2}\right) \\ \mathfrak{E} &= \mu_{\parallel}\,\mathfrak{H} = \mathfrak{H}\,\frac{1 - \dfrac{i\pi Na_1}{k_1^2}}{1 + \dfrac{i\pi Na_1}{k_1^2}}, \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

wenn N die Anzahl der die Flächeneinheit durchsetzenden Zylinder bedeutet und die Rechnung — mit der Ausdrucksweise des vorgenannten Paragraphen — nur noch die Wirkung der „zweiten Partialwelle" berücksichtigt.

Im Sinne der Maxwellschen Theorie sind also die Faktoren

$$\left.\begin{aligned} \overline{\varepsilon_{\parallel}} &= 1 + \frac{2\pi Na_0}{k_1^2}, \\ \overline{\mu_{\parallel}} &= \frac{1 - \dfrac{i\pi Na_1}{k_1^2}}{1 + \dfrac{i\pi Na_1}{k_1^2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (20a)$$

die Dielektrizitätskonstante und die Permeabilität unseres Mediums für eine Welle, deren Vektor $\parallel$ der Vorzugsrichtung schwingt. Die entsprechende Rechnung liefert für den $\perp$-Fall:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\varepsilon_{\perp}} &= \frac{1 - i\pi Nd_1/k_1^2}{1 + \dfrac{i\pi Nd_1}{k_1^2}}, \\ \overline{\mu_{\perp}} &= 1 + \frac{2\pi Nd_0}{k_1^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (20b)$$

Dabei sind die Koeffizienten a dieselben wie im vorigen Paragraphen, die Koeffizienten d die entsprechenden für den $\perp$-Fall, also Funktionen von ϱ/λ und $\varepsilon_{\text{Zylinder}}$.

Für die Brechungsexponenten und Extinktionskoeffizienten unseres definierten Mediums folgt also [17]:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\varepsilon_{\parallel}}\,\overline{\mu_{\parallel}} &= (\nu_{\parallel} - i\varkappa_{\parallel})^2 = \\ &= (1 - 2\pi Na_1 k_1^{-2})\,\frac{1 - i\pi Na_1 k_1^{-2}}{1 + i\pi Na_1 k_1^{-2}}, \\ \overline{\varepsilon_{\perp}}\,\overline{\mu_{\perp}} &= (\nu_{\perp} - i\varkappa_{\perp})^2 = \\ &= (1 + 2\pi Nd_0 k_1^{-2})\,\frac{1 - i\pi Nd_1 k_1^{-2}}{1 + i\pi Nd_1 k_1^{-2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (20c)$$

Die Formeln (7) liefern sofort folgende allgemeinen Schlüsse [17]:

1. Da Dielektrizitätskonstante und Permeabilität, also auch der Brechungsexponent im parallelen und senkrechten Falle verschiedene Werte haben, so ist das Medium doppelbrechend.

2. Da die Eigenschwingungen der Zylinder dadurch definiert sind, daß die reellen Teile der Nenner von a_m und d_m verschwinden, und diese Wurzeln in beiden Fällen an verschiedenen Stellen des Spektrums liegen, so ist das Medium dichroitisch.

3. Brechungsexponent und Extinktionskoeffizient sind (vermöge der a_m und d_m) Funktionen der Wellenlänge. Das Medium ist also dispergierend und selektiv absorbierend.

Man kann das Medium also als einfaches Modell eines einachsigen dichroitischen Kristalls oder, weil ja ein „Raumgitter" hier nicht definiert ist, strenger als Modell eines sogenannten flüssigen Kristalls bzw. einer anisotropen Flüssigkeit auffassen, bei dem nach einem Versuche von van der Lingen[1]) ebenfalls kein Raumgitter vorhanden zu sein scheint. Ein weiterer Grund für diese Parallele liefert das „Vorzeichen" der Doppelbrechung, das jedoch erst beim Einsetzen geeigneter Näherungswerte für die Koeffizienten a_m und d_m berechnet werden kann.

4. Interessant ist die Abweichung der mittleren Permeabilität unseres Mediums von 1 auch für unmagnetisches Zylindermaterial, eine Abweichung auch gegen die gewöhnlichen neueren Dispersionstheorien. Der rechnerische Grund dafür liegt darin, daß die vorstehende Theorie von vornherein die „Annäherung" der Rechnung weiter treibt, als es bei den bisherigen Dispersionstheorien der Fall ist.

Weitere Diskussion verlangt die Ersetzung

1) St. v. d. Lingen, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 913, 1913.

der allgemein komplizierten Koeffizienten a_m und d_m durch geeignete Näherungswerte. Dazu sind dieselben Unterscheidungen zweckmäßig wie oben.

a) Das Zylindermaterial sei dielektrisch, ϱ/λ so klein, daß in a_m und d_m schon die vierten Potenzen von ϱ/λ vernachlässigt werden können. Dann ist wie oben:

$$a_1 = d_0 = 0, \quad a_0 = \tfrac{1}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) k_1^2 \varrho^2,$$
$$d_1 = i \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} k_1^2 \varrho^2, \tag{21}$$

[hier sei ε_2 die D.-K. des Zylindermaterials, ε_1 die des Mediums, in das die Zylinder eingebettet sind].

Also folgt aus (7):

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_\parallel &= \varepsilon_1 + N\pi\varrho^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1), \ \bar{\mu}_\parallel = 1, \\ \bar{\varepsilon}_\perp &= \varepsilon_1 \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 + N\pi\varrho^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - N\pi\varrho^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}, \ \bar{\mu}_\perp = 1. \end{aligned} \tag{22}$$

Diese Gleichungen liefern die sogenannten „Formeln der Stäbchendoppelbrechung", wie sie von O. Wiener [24] durch elektrostatische Betrachtungen abgeleitet wurden, wenn man den von den Zylinderquerschnitten eingenommenen Bruchteil $N\pi\varrho^2 = \delta_2$, den „freien" Bruchteil $= \delta_1$ setzt:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_\parallel &= \delta_1\varepsilon_1 + \delta_2\varepsilon_2, \\ \frac{\bar{\varepsilon}_\perp - \varepsilon_1}{\bar{\varepsilon}_\perp + \varepsilon_1} &= \delta_2 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}. \end{aligned} \tag{23}$$

Die durch (23) bestimmte „Stäbchendoppelbrechung", deren Gültigkeitsbereich — wie ja bei allen aus vorentwickelter Theorie gewonnenen Ergebnissen — genau angegeben werden kann, ist stets positiv. Dasselbe Ergebnis haben Dorn und Vorländer experimentell bei allen optisch inaktiven anisotropen Flüssigkeiten gefunden.

Auch als zweidimensionales Analogon zur Mosotti-Clausiusschen Theorie (vgl. z. B. A. H. Lorentz, Theory of electrons) der Dielektrika kann Formel (22) gedeutet werden [17].

Eine weitere interessante Analogie ergibt sich bei der Anwendung unserer Formeln auf die Extinktion von Wellenlängen, die weit ab von jeder Eigenschwingung unseres Mediums liegen [17]. Um eine Extinktion zu erhalten, muß man auch noch die vierten Potenzen von ϱ/λ in den Reihen für a_m und d_m berücksichtigen. Dabei wird nämlich:

$$a_0 = \frac{2\pi^2\varrho^2}{\lambda^2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - 2i\pi\frac{\pi^4\varrho^4}{\lambda^4}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2,$$
$$a_1 = 0,$$
$$d_1 = 4\pi\frac{\pi^4\varrho^4}{\lambda^4}\left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}\right)^2 + 4i\frac{\pi^2\varrho^2}{\lambda^2}\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_2},$$
$$d_0 = 0,$$

womit aus den Formeln (20) folgt:

$$\begin{aligned} \nu_\parallel^2 &= \varepsilon_1 + N\pi\varrho^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1), \\ \varkappa_\parallel &= \frac{\pi^2}{2N\lambda^2}\left(\frac{\nu_\parallel^2 - 1}{\nu_\parallel}\right)^2, \\ \nu_\perp^2 &= \varepsilon_1\left(\varepsilon_1 - 2\pi N\varrho^2\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}\right)^{-1}, \\ \varkappa_\perp &= \frac{\pi^2}{4N\lambda^2}\frac{(\nu_\perp^2 - 1)^2}{\nu_\perp^3}. \end{aligned}$$

Nach der Definition des Extinktionskoeffizienten ist also für eine Wellenlänge des hier vorgeschriebenen Gebietes die Strecke d, nach deren Durchteilen im oben definierten Medium die Intensität der Welle auf den e-ten Teil herabgesunken ist:

$$d_\parallel = \frac{N\lambda^3\nu_\parallel}{2\pi^3(\nu_\parallel^2 - 1)^2}, \quad d_\perp = \frac{N\lambda^3\nu_\perp}{\pi^3(\nu_\perp^2 - 1)^2}. \tag{24}$$

Rayleigh fand bei seiner Theorie des Himmelblaus

$$d = \frac{3N\lambda^4\nu}{8\pi^3(\nu^2 - 1)^2}.$$

Die Analogie springt in die Augen. Der für die Dimension des Ausdrucks scheinbar auffallende Unterschied, daß d hier der vierten, dort der dritten Potenz der Wellenlänge proportional ist, hängt damit zusammen, daß bei Rayleigh N die Dimension $[l^{-3}]$ hat, während in der vorgeführten Theorie die Dimension von N $[l^{-2}]$ ist. Für die optische Wirkung bedingt der Unterschied ein tieferes Himmelsblau bei der Beugung an Kugeln (Rayleigh) als bei der an Zylindern.

Von besonderem Interesse ist schließlich die Anwendung unserer Theorie für das „Braunsche Gitter", das ja schließlich mit einen besonderen Anstoß für die Entwicklung unserer Theorie gegeben hat. Die Kompliziertheit der Koeffizienten a_m und d_m bringt es mit sich, daß für diesen Fall nur die numerische Berechnung unter Zugrundelegung speziell definierter Anordnungen ein übersichtliches Bild liefern kann.

Für den „senkrechten Fall" ist das Ergebnis sehr einfach. Bei der gewählten Anordnung ist praktisch $\nu_\perp = 1$, $\varkappa_\perp = 0$, also das Reflexionsvermögen $R_\perp = 0$. Die Strahlung geht bei senkrechter Stellung der Vorzugsrichtung zum elektrischen Vektor nahezu ungeschwächt durch die Anordnung hindurch.

Das Ergebnis für den „parallelen Fall" stellt das folgende der Abhandlung von Cl. Schaefer und H. Stallwitz [17] entnommene Diagramm dar.

Die unterste Kurve stellt das Reflexionsvermögen dar eines *Cu*-Gitters aus *Cu*-Drähten von 0,1 cm Radius, eingelagert in das Vakuum

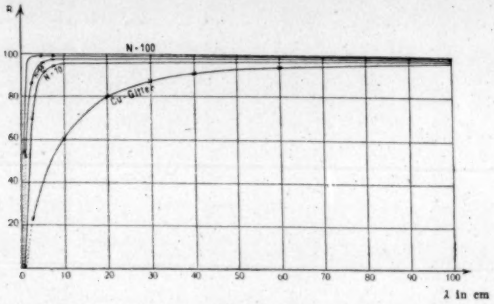


Fig. 8.

in Abständen von 1 cm, die oberen Kurven das Reflexionsvermögen für ein Gitter aus 0,002 cm starken Ag-Drähten in einer Anzahl von 10 bzw. 50 bzw. 100 Zylinderdurchstößen pro qcm; und zwar gilt das Bild für den „parallelen Fall".

Man sieht, daß die definierte Anordnung in der Tat den „Hertz-Effekt" ausübt. Bemerkenswert ist, daß, wie die oberen Kurven der Fig. 8 zeigen, die starke Steigerung der „Dichte" des Gitters bei Wellen > 10 cm kaum noch einen Einfluß ausübt.

§ 3. Schlußbemerkungen.

Die bisher zur Auswertung der Theorie benutzten Formeln (7 ff.) sind als Reihen in ϱ/λ praktisch verwertbar nur so lange etwa $\frac{2\pi\varrho}{\lambda} < 2$ ist; für größeres ϱ/λ werden sie durch die alsdann schlechte Konvergenz rechnerisch unbrauchbar.

Für diesen Fall muß von der in § 1 eingeführten Fourierschen Reihe zur entsprechenden Integralformel übergegangen werden. Die Art dieses Überganges findet man in jedem Lehrbuche über Fouriersche Reihen. Hieraus [22] folgt, wenn man die Lösung (vgl. Formel (6a)) schreibt:

$$\mathfrak{E} = \text{pars real } e^{int}\{Z_e + Z_r\}$$

in durchaus derselben Weise wie oben bei der Ableitung der Fourierschen Reihe

$$Z_e = e^{-ikr},$$

$$Z_r = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d\beta e^{i\pi_1 \cos\beta} \int_0^{\infty} d\alpha \cdot a_\alpha H_\alpha^{(2)}(p_1)\cos(\alpha\varphi)\cos(\alpha\beta) \qquad (25)$$

$$a_\alpha = \frac{n\dot{I}_\alpha(\pi_2) - iI_\alpha(\pi_2)}{H_\alpha^{(2)}(\pi_1)I_\alpha(\pi_2) - nH_\alpha^{(2)}(\pi_1)\dot{I}_\alpha(\pi_2)}.$$

α und β sind Integrationsparameter, die hier an die Stelle von m in (6) getreten sind, zunächst also die Reihe aller reellen Zahlen von 1 bis ∞ bedeuten; für die mathematische Ausführung ist es zweckmäßig, die Beschränkung auf das Reelle fallen zu lassen und i. a. α und β als in der ganzen komplexen Ebene definiert anzusehen, d. h. Gleichung (25) als allgemein definierte Funktionalgleichung ohne Rücksicht auf die ursprüngliche physikalische Bedeutung. Dadurch wird hierfür die Benutzung eines eleganten funktionentheoretischen Verfahrens gesichert, das von Debye [5] ausführlich in seinen „Semikonvergenten Entwicklungen der Zylinderfunktionen . . ." dargestellt ist.

Alle übrigen Buchstaben haben die bisherige Bedeutung. [Der formale Unterschied zwischen a_α hier und a_m in Formel (6c) ist durch das Auftreten des nur von der Integration nach β betroffenen Teils im Doppelintegral bedingt.]

Der Vorteil dieser Integraldarstellung besteht nun darin, daß bei den hier vorausgesetzten großen Werten von

$$\frac{\varrho}{\lambda}\left(\frac{\varrho}{\lambda} > 2\right)$$

die Zylinderfunktionen durch von Debye [5] abgeleitete bequeme Grenzfunktionen ersetzt werden dürfen. Danach wird:

$$a_\alpha = -\sqrt{\frac{\pi\varrho\sin\tau}{2}}\, e^{i\left(\varrho - \frac{\pi}{4}\right)} \left\{1 - \frac{\sin\tau + \cos\beta}{n\sin\tau_1 + \sin\tau} \cdot \frac{1 + e^{-2i\left(n\varrho f_1 - \frac{\pi}{4}\right)}}{1 - \frac{n\sin\tau_1 - \sin\tau}{n\sin\tau_1 + \sin\tau} e^{-2i\left(n\varrho f_1 - \frac{\pi}{4}\right)}}\right\} \qquad (26)$$

Dabei ist der Hilfswinkel τ definiert durch:

$$\cos\tau = \frac{\alpha}{x} \quad (x = p_1 \text{ bzw. } p_2);$$

im übrigen muß über das Nähere dieser Defi-

nition auf Debye verwiesen werden; f_1 ist eine Abkürzung, definiert durch

$$f_{(1)} = \sin\tau_{(1)} - \tau_{(1)}\cos\tau_{(1)}.$$

Wird nun der Bruch in den $\{\ \}$ nach Potenzen des im ganzen Integrationsgebiete i. a. unterhalb 1 bleibenden Ausdruckes

$$\frac{n\sin\tau_1 - \sin\tau}{n\sin\tau_1 + \sin\tau} e^{-2i\left(\alpha\varrho f_1 - \frac{\pi}{4}\right)}$$

entwickelt, so sind die der abschließenden Rechnung unterzulegenden Integrale von der Form

$$P = \int e^{-\alpha\Theta(\tau)} A(\tau) d\tau$$

und der Kern des Auswertungsverfahrens besteht nun darin, daß der Wert von P unter den Voraussetzungen des vorliegenden Falles i. a. durch den Wert von $\Theta(\tau)$ an den Stellen τ_0 wesentlich bestimmt ist, an denen die Abteilung von Θ nach τ verschwindet.

Dabei sind rechnerisch zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem x reell oder komplex ist. Der erste Fall (veranlaßt durch das erste Glied in a_α) ist für unsere spezielle Aufgabe bis auf eine noch anzubringende Korrektur von Debye [5] durchgerechnet worden und liefert für den entsprechenden Anteil von Z_r im parallelen Falle

$$Z_1 = -\frac{2\varrho}{\sqrt{\lambda r}} e^{-i\left(\beta r - \frac{\pi}{4}\right)}. \qquad (27)$$

Die weiteren Glieder von a_α liefern keine merkbaren Beiträge mehr zu Z_r als erste Näherung.

Dagegen ist der Fall, daß

$$\frac{n\sin\tau_1 - \sin\tau}{n\sin\tau_1 + \sin\tau} \cdots$$

nicht < 1 bleibt, zu berücksichtigen. Dieser Ausdruck wird $= 1$ für $\sin\tau_1 = 0$. In diesem Falle ergibt sich der Beitrag Z_2 zum obigen Werte durch ein geeignetes Grenzübergangsverfahren nach Anwendung der Riemann-Debyeschen Methode zu

$$Z_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varrho}{r}}\sqrt{1-(\nu-i\varkappa)^2}\, e^{-i\left(\beta_1 - \frac{\pi}{4}\right)}. \qquad (28)$$

Entsprechendes gilt für den senkrechten Fall.

Diese Vorergebnisse werden schließlich wieder wie in den früheren Paragraphen zur Berechnung des zeitlichen Mittelwerts des elektrischen Vektors benutzt und liefern als erste Näherung für den Inversionspunkt im Falle der Du Bois-Rubensschen Anordnung

$$\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2 - 4(1 + \varkappa^2 - \nu^2) = 0. \qquad (29)$$

Die endgültige Rechnung liefert zu $\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2$ noch einen Faktor vom Werte eines echten Bruches, der eine Funktion von λ ist[1]).

Die Beobachtungen von Du Bois und Rubens werden durch unsere Formel gut wiedergegeben.

Die Formel (1) ist wiederum nur für einen beugenden Zylinder abgeleitet, das erwähnte Experiment jedoch an einem Gitter aus vielen Zylindern gewonnen. Zum einwandfrei strengen Vergleiche von Theorie und Experiment gehörte also an sich wieder der Aufbau der Gitterwirkung aus den Einzelwirkungen der das Gitter bildenden Zylinder. Das ist noch nicht geschehen. Man könnte dazu natürlich ebenso verfahren, wie bei den entsprechenden Problemen des § 2.

Geeigneter noch wäre dafür ein von Ignatowsky 1914 [8] für solche Fragestellungen entwickeltes allgemeines Verfahren, das noch aus einem anderen Grunde hier erwähnt werden muß, obschon seines rein mathematischen Charakters wegen hier wiederum der Hinweis auf die Originalarbeit in der Hauptsache genügen muß; die Betrachtungen des vorigen Paragraphen haben bei strenger Kritik eine Frage offen gelassen. Das „Braunsche Gitter" war kurzerhand mit einer „sehr dünnen Schicht" der oben räumlich definierten Anordnung identifiziert worden, ist jedoch in Wirklichkeit im Sinne dieser Theorie ein ebenes Gitter, die Bündigkeit des obigen Schlusses auf die von Braun gewonnene Beobachtung also jedenfalls nicht erwiesen. Theoretisch ist hier also die Ausfüllung einer Lücke wünschenswert. Und hierzu gibt nun das Ignatowskysche Verfahren die Handhabe.

Es besteht im wesentlichen darin, daß über die Gesamtfläche eines von periodisch angeordneten Drähten gebildeten Gitters integriert und dann — darin besteht der rechnerisch sehr geschickte Kern des Verfahrens — eine zulässige Vertauschung der Reihenfolge dieser Integration und der Integration an der Oberfläche je eines einzelnen Drahtes vorgenommen wird. Die eigenartige Darstellung von Ignatowsky erschwert ein erstes Studium seiner Arbeit. Ihre Durcharbeitung ist aber um so lohnender, als mit ihr die Theorie der Gitterbeugung zu einem theoretisch durchaus lückenlosen Abschlusse gebracht ist.

So braucht nur noch erwähnt zu werden, daß die Ignatowskysche Arbeit auch noch die Lücke in der Definition des Gültigkeitsbereichs der jeweils durchzuführenden Rechnungen schließt. Im vorigen Paragraphen mußte

1) Diese Vervollständigung soll demnächst vom Verfasser veröffentlicht werden.

schließlich für die beiden Fälle a) und b) die Festsetzung hingenommen werden, daß in a) die Drahtabstände groß, in b) klein gegen die Wellenlänge sein müßten. Hierfür wird ein exaktes Kriterium in dem Verschwinden eines von der Theorie gelieferten bestimmten Integrals gegeben.

Nebenher sei bemerkt, daß Ignatowskys Verfahren nicht auf das Draht- bzw. Stabgitter beschränkt bleibt, sondern allgemein streng für jedes irgendwie definierte Gitter angewendet werden kann, sowie die Lösung für ein einzelnes Gitterelement gegeben ist.

Das abschließende Literaturverzeichnis gibt vollständig die im vorstehenden Referate mittelbar oder unmittelbar benutzten Spezialarbeiten an, erhebt aber keinen Anspruch auf absolute Vollständigkeit aller zu diesem Gegenstande erschienenen Arbeiten. Es ist alphabetisch geordnet und innerhalb des Alphabets nach der Zeitfolge, so daß die im Referat genannten Originalarbeiten mühelos darin gefunden werden können.

Literaturverzeichnis.

1) K. Aichi, Proc. of Tokyo, Math. Phys. Soc. (2) **4**, 966, 1908.

2) H. du Bois, Wied. Ann. **46**, 542, 1892; **48**, 546, 1893.

3) H. du Bois u. H. Rubens, Wied. Ann. **49**, 593, 1893; Verh. d. Deutsch. phys. Ges. **77**, 1904; Ann. d. Phys. **35**, 243, 1911.

4) F. Braun, Ann. d. Phys. **16**, 1, 1905; **16**, 238, 1905.

5) P. Debye, diese Zeitschr. **9**, 775, 1908; Ann. d. Phys. **30**, 57, 1909; Math. Ann. **67**, 535, 1909; Sitzungsber. d. Kgl. Bayer. Akad. d. Wiss. 1910.

6) P. Epstein, Ann. d. Phys.

7) R. Gans u. H. Happel, Ann. d. Phys. **29**, 492, 1902

8) W. v. Ignatowsky, Ann. d. Phys. **18**, 495, 1905; **23**, 875, 1907; **25**, 99, 1908; **26**, 1032, 1908; **44**, 369, 1914; Archiv f. Math. u. Phys. **23**, 1914.

9) G. Mie, Ann. d. Phys. **25**, 377, 1908.

10) H. Poincaré, Acta math. **16**, 297, 1892; **20**, 313, 1897.

11) F. Reiche, Ann. d. Phys. **37**, 131, 1912.

12) H. Rubens u. F. Nichols, Wied. Ann. **60**, 418, 1897.

13) Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. **23**, 163, 1907; diese Zeitschr. **10**, 261, 1909; Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 326, 1909.

14) Cl. Schaefer u. F. Großmann, Ann. d. Phys. **31**, 455, 1910.

15) Cl. Schaefer u. M. Laugwitz, Ann. d. Phys. **21**, 287, 1906; **23**, 599, 1907.

16) Cl. Schaefer u. F. Reiche, Ann. d. Phys. **32**, 577, 1910; **35**, 817, 1911.

17) Cl. Schaefer u. H. Stallwitz, Berl. Ber. 1913, XXXVI; Ann. d. Phys. **50**, 199, 1916.

18) H. Schwarzschild, Math. Ann. **55**, 177, 1902.

19) W. Seitz, Ann. d. Phys. **16**, 764, 1905 (fehlerhaft); **19**, 554, 1906.

20) B. Sieger, Ann. d. Phys. **25**, 377, 1908.

21) A. Sommerfeld, Math. Ann. **47**, 317, 1895.

22) H. Spohn, Breslauer Dissertation, 1916.

23) G. H. Thomson, Ann. d. Phys. **22**, 365, 1907 (fehlerhaft).

24) O. Wiener, Ber. d. Kgl. Sächs. Akad. d. Wiss., Math.-phys. Klasse **61**, 113, 1909; **62**, 263, 1910.

25) Kobayashi-Iwao, Ann. d. Phys. **37**, 131, 1912.

(Eingegangen 16. Oktober 1918.)

BESPRECHUNGEN.

E. Alt, Die Wettervorhersage; ihre Geschichte, ihr gegenwärtiger Stand und die Richtung ihrer Fortentwickelung. 8°. 70 S. u. 20 Abbildungen. München, Verlag Natur u. Kultur. 1919. M. 1.50

Schon der Zusatztitel spricht aus, in welcher Weise der Verf. das Problem der Wettervorhersage in seinem Werkchen behandelt. Es ist eine Schilderung des historischen Verlaufes in der Erkenntnis der Vorgänge in unserer Atmosphäre, wie sie schließlich zur Gestaltung irgendeiner Wetterlage zusammenwirken. — Die Mittel und die Wege, diese Zusammenhänge aufzufinden und in der richtigen Auswertung ihrer physikalischen Bedeutung für die speziellen Witterungstypen auszuwerten, führen zur Aufstellung der Vorhersage. Bisher sind es im wesentlichen die Angaben der meteorologischen Instrumente gewesen, wie sie am Grunde unserer Luftmesser erhalten werden können, die Anhaltspunkte für die Prognose gebildet haben, sowohl nach ihrer Ausdehnung über große Gebiete als auch mit zu Rate ziehen örtlich gesammelter Erfahrungen. Der Verf. sieht nun aber einen wesentlichen Fortschritt für die Prognosenstellung in der Ausdehnung dieser Grundlagen auf den atmosphärischen Raum, d. h. er will ganz besonders auch die Daten, welche die Drachenstationen, die Ballonfahrten, Höhenstationen usw. zu liefern vermögen, verwerten. Es dürfte wohl anzunehmen sein, daß allerdings durch solche Erweiterung die Prognosenstellung verschärft werden kann.

L. Ambronn.

C. Dorno, Physik der Sonnen- und Himmelsstrahlung. Bd. 63 der Sammlung „Die Wissenschaft". 126 S. m. 16 Figuren im Text u. auf Tafeln. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1919. Geheftet M. 6.—, geb. M. 8.— (ohne Teuerungszuschlag).

Es ist mit Dank zu begrüßen, daß Herr Dorno selbst die Einführung in das von ihm mit so reichem Erfolge bearbeitete Forschungsgebiet übernimmt. Physikalische Vorkenntnisse sind in dem kleinen Buche nicht vorausgesetzt, selbst elementare Dinge werden, soweit es der Gegenstand fordert, beim Leser wieder aufgefrischt. Mathematische Darstellungen kommen nur andeutungsweise vor. Der Grundgedanke der Meßmethoden und Instrumente wird in jedem Falle zugleich mit ihrer Eigenart, ihren Mängeln und den daraus entspringenden Fehlerquellen dargelegt. Bei aller vom Verf. angewandten Sorgfalt, auch dem Neulinge den Weg zu ebnen, erfordert das Buch wegen seiner Vielseitigkeit natürlich ein stetiges Mitarbeiten des Lesers.

Den Anfang macht ein kurzes Kapitel über Beschaffenheit und Zusammensetzung der Atmosphäre. (Hier wäre auf Grund der neuen Untersuchungen von J. Stark über das Stickstoffspektrum des Nordlichtes das hypothetische Geocoronium zu streichen.)

Der Hauptteil des Werkes zerfällt in zwei nahe gleich große Abschnitte. Der erste beschäftigt sich mit der Strahlung der Sonne, der zweite mit der des Himmels. In jenem wird an der Bouguer-Lambertschen Formel die Weglänge eines Sonnenstrahls und der Transmissionskoeffizient erklärt. Hieran schließen sich die bolometrischen Untersuchungen Langleys und seiner Nachfolger am Sonnenspektrum, die Bestimmung der Solarkonstante und die Scheidung der Energieverluste der Sonnenstrahlung in der Atmosphäre, die von der trocknen Luft und dem Wasserdampf getrennt herrühren.

Die zur Messung der Gesamtenergie dienenden Pyrheliometer und die mit ihnen erhaltenen Ergebnisse werden hier besprochen, ebenso die photometrischen Methoden, die zu Helligkeitsbestimmungen dienen, wobei besonders der grundlegenden Arbeiten L. Webers gedacht wird. Mit großem Erfolge hat der Verf. die lichtelektrische Methode der Photometrie sowohl im sichtbaren Spektralbereiche (mittels Alkalimetallzellen), wie im ultravioletten (mittels Kadmiumzellen) angewandt und weiterentwickelt.

In dem Abschnitte „Himmelsstrahlung" nimmt wegen ihrer Bedeutung die Polarisation des Himmelslichtes einen größeren Raum ein. Bei der verhältnismäßig einfachen Beschaffenheit der Instrumente ist hier — entsprechend der von Busch und Jensen ausgegangenen Anregung — die Mitarbeit von Liebhabern möglich und erwünscht.

Auf die Besprechung des Wärmeaustausches durch Strahlung vom Himmel zur Erde und umgekehrt folgt die der Himmelshelligkeit, ein trotz seiner offensichtlichen praktischen Bedeutung arg vernachlässigtes Gebiet. Die Helligkeit des Sonnenlichts wird mit der von dem gesamten Himmel hervorgerufenen verglichen, die Ergebnisse sind, wie schon im vorigen Berichte angedeutet, für die einzelnen Spektralbereiche verschieden und besonders für das Ultraviolett merkwürdig. Hervorragend praktische Bedeutung haben die Ausführungen über die Beleuchtung durch die vereinigte Sonnen- und Himmelsstrahlung, über Ortshelligkeit, Vorderlicht und Unterlicht. Der enorme Unterschied im „Lichtklima" zwischen Hochgebirge und Tiefland ist wohl noch niemals so deutlich vor Augen geführt. Nicht nur der Physiker und Meteorologe, auch der Hygieniker und Biologe wird das Buch mit Nutzen lesen. H. Geitel.

G. Kowalewski, Einführung in die Infinitesimalrechnung. (Aus Natur und Geisteswelt 197.) 8°. 100 S. m. 19 Fig. 3. Aufl. Leipzig, B. G. Teubner. 1919. M. 1.20, geb. M. 1.50.

Die dritte Auflage dieses kleinen Buches zeigt gegenüber der zweiten eine Reihe von Änderungen, die zum Teil dazu dienen, das Buch auch den Lesern zugänglich zu machen, denen die exakte Schreibweise der reinen Mathematik nicht geläufig ist. In seiner knappen und präzisen Ausdrucksweise ermöglicht dieses Büchlein wie kein zweites dem Leser eine klare Erfassung der Grundprinzipien der Infinitesimalrechnung. Hervorgehoben zu werden verdient die neuartige Behandlung der Differentiation der Exponentialfunktion.
Dr. König.

M. Planck, Das Wesen des Lichts. Vortrag, geh. in der Hauptversammlung der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft am 28. Okt. 1919. 8°. 22 S. Berlin, Julius Springer. 1920. M. 1.60.

Planck läßt uns hier einen kurzen Rückblick tun auf den Weg, den die physikalische Forschung in ihrem Suchen nach dem Verständnis des Lichts gegangen ist. In vollendet künstlerischer Darstellung gibt er uns einen Überblick über den Wandel der Lichttheorien von Newton und von Huygens bis in die heutige Zeit mit dem Hinweis auf die wunderbaren neuen Erkenntnisse der letzten zwei Jahrzehnte, aber auch darauf, daß mit diesen neuen Erkenntnissen neue schwierige Fragen aufgetreten sind, die sich zurzeit noch immer auf das Verständnis der Energiequanten beziehen.
S. Valentiner.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Dr. Franz Weidert für Physik, Dr. Paul Schafheitlin für Mathematik und darstellende Geometrie und Dr. Gerngroß für Chemie und Technologie der Proteine, an der Universität Graz Dr. Alois Zinkl für anorganische Chemie.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Universität Jena (während des Krieges in Straßburg) Dr. Hermann Matthes zum ord. Professor der Pharmazie an der Universität Königsberg, die a. o. Professoren an der Technischen Hochschule München Dr. Max Dieckmann (Physik) und Dr. Kurt Braß (Technische Chemie) zu ord. Professoren an derselben Hochschule, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Prag Dr. R. Weitzenböck in gleicher Eigenschaft an der Technischen Hochschule Graz, der Geheime Regierungsrat Professor Dr. Hans Geitel in Wolfenbüttel zum ord. Honorarprofessor der Physik an der Technischen Hochschule in Braunschweig.

Gestorben: Professor Dr. C. A. Laisant in Paris, Professor Dr. H. G. Zeuthen in Kopenhagen.

Gesuche.

Physikerin,

promoviert, **sucht** passende Anstellung. Angebote unter **S. H. 570** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2, erbeten.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Georg Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 1600000.

50471. Experimentier-Schalttafel Type A_1, 110 Volt, 30 Amp.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.

Verlag von S. HIRZEL in LEIPZIG

FLIEGER-KRAFTLEHRE

von

OTTO WIENER

Mit 170 Abbildungen

Preis: 24 Mark, gebunden 32 Mark

Der angesehene Physiker an der Leipziger Universität bietet hier ein Werk, das im Gegensatz zu den bisher vorhandenen Büchern die grundlegenden Vorgänge, deren Verständnis für den Flieger wichtig ist, ohne verwickelte Formeln und unter tunlichster Vermeidung von Fremdwörtern allgemeinverständlich klarlegt. Dem Physiker, der sich rasch über die Flugfrage unterrichten will, sei das Buch warm empfohlen.

Verlag von S. HIRZEL in LEIPZIG

Gleichen, A., Leitfaden der praktischen Optik. Mit 158 Abb. Groß-8°. 1906. Geh. M. 11.20, geb. M. 15.—

Zum ersten Male ist hier ein Werk geschaffen worden, das die Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente, ihre Konstruktion und Berechnung unter Anwendung der ersten Elemente der Algebra darstellt und das daher auch den sich mit der praktischen Optik Beschäftigenden verständlich ist, denen das erforderliche Maß mathematischer Kenntnisse zum Studium anderer Werke meist nicht zur Verfügung steht.

Funk-Gerät

und Apparate für elektrische Schwingungen ab Lager.

Lagerliste, Liste 15 (Tönende Funken), Liste 14 (Allgemeine Physikalische Apparate), kostenlos.

ooo

Radio-Apparate-Gesellschaft m. b. H.
(Abteilung drahtlose Telegraphie)
Berlin SW 68, Alexandrinenstraße 137.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen.)

Seite

Atombau und chemische Eigenschaften. I., v. E. Kohlweiler 543

Atomgewichte: Über eine neue periodische Beziehung zwischen den — der chemischen Elemente. III. Resonanztheorie der chemischen Verbindungen, v. K. Fehrle 552

— —: IV. Der Zusammenhang zwischen den Resten und der magnetischen Atomsuszeptibilität, v. K. Fehrle 554

Atomsuszeptibilität: Über eine neue periodische Beziehung zwischen den Atomgewichten der chemischen Elemente. IV. Der Zusammenhang zwischen den Resten und der magnetischen —, v. K. Fehrle . 554

Boedke, P., Zu Plancks Theorie der verdünnten Lösungen 551

Chemische Elemente: Über eine neue periodische Beziehung zwischen den Atomgewichten der —. III. Resonanztheorie der chemischen Verbindungen, v. K. Fehrle 552

— —: IV. Der Zusammenhang zwischen den Resten und der magnetischen Atomsuszeptibilität, v. K. Fehrle 554

Dichtebestimmungen an Lösungen, nebst Bestimmung der Dichteunterschiede zwischen Wasser und Wasser mit Luft gesättigt, v. O. E. Frivold 529

Dichteunterschiede: Dichtebestimmungen an Lösungen, nebst Bestimmung der — zwischen Wasser und Wasser mit Luft gesättigt, v. O. E. Frivold . . 529

Dorno, C., Himmelshelligkeit, Himmelspolarisation und Sonnenintensität in Davos 1911 bis 1918. (B.) . . 556

Fehrle, K., Über eine neue periodische Beziehung zwischen den Atomgewichten der chemischen Elemente. III. Resonanztheorie der chemischen Verbindungen, v. K. Fehrle 552

— —: IV. Der Zusammenhang zwischen den Resten und der magnetischen Atomsuszeptibilität 554

Seite

Frivold, O. E., Dichtebestimmungen an Lösungen, nebst Bestimmung der Dichteunterschiede zwischen Wasser und Wasser mit Luft gesättigt 529

Gerlach, W., Eine Schaltung zur Eichung von Thermoelementen als Wechselstrommesser 550

Herrmann, K., Zerstreuung von Röntgenstrahlen . 534

Jaffé, G., Bemerkung über die Entstehung von Wirbeln in Flüssigkeiten 541

Kohlweiler, E., Atombau und chemische Eigenschaften. I. 543

Luft: Dichtebestimmung an Lösungen, nebst Bestimmung der Dichteunterschiede zwischen Wasser und Wasser mit — gesättigt, v. O. E. Frivold 529

Ostwald, Wo., Die Welt der vernachlässigten Dimensionen. (B.) 557

Plancks Theorie der verdünnten Lösungen, v. P. Boedke 551

Relativitätstheorie: Bemerkung zu den Grundlagen der —, v. K. Wessely 549

Resonanztheorie: Über eine neue periodische Beziehung zwischen den Atomgewichten der chemischen Elemente. III. — der chemischen Verbindungen, v. K. Fehrle 552

Röntgenstrahlen: Zerstreuung von —, v. K. Herrmann 534

Schlick, M., Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik, zur Einführung in das Verständnis der Relativitäts- und Gravitationstheorie. (B.) . . . 555

Thermoelemente: Eine Schaltung zur Eichung von — als Wechselstrommesser, v. W. Gerlach 550

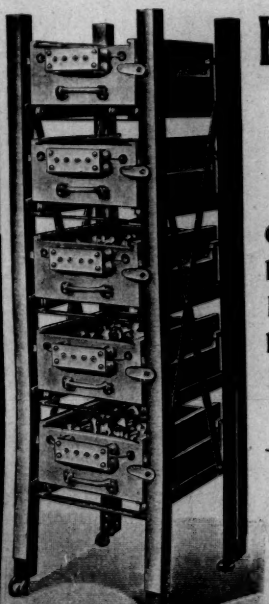
Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1920/21 557

Wasser: Dichtebestimmungen an Lösungen, nebst Bestimmung der Dichteunterschiede zwischen — und — mit Luft gesättigt, v. O. E. Frivold 529

Wechselstrommesser: Eine Schaltung zur Eichung von Thermoelementen als —, v. W. Gerlach 550

Wessely, K., Bemerkung zu den Grundlagen der Relativitätstheorie 549

Wirbeln: Bemerkung über die Entstehung von — in Flüssigkeiten, v. G. Jaffé 541



Hochspannungs-Batterien

Vorzüge:

Größte Leistung bei kleinstem Raum ❖ Beliebige Trennbarkeit ❖ Leichte Beweglichkeit ❖ Niedriger Preis

Physikalische Werkstätten

Aktiengesellschaft

Göttingen 1

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Soeben erschien in neuer vermehrter Auflage:

Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation

von

P. Lenard

Heidelberg

Preis: 5 Mark

Der Verfasser behandelt die genannten Gegenstände vom Standpunkt des Naturforschers, der mehr von der Erfahrung aus der materiellen Welt als von philosophischen Bedürfnissen sich geleitet fühlt. Er gründet sein Weltbild nicht auf bloße mathematische Gleichungen, sondern auf Mechanismen. In dieser von der gewöhnlichen Art abweichenden Behandlung der Materie liegt der hohe Wert der Schrift.